

Mathématiques avancées & calcul numérique

Ce module franchit une étape décisive: les mathématiques ne sont plus seulement une collection de formules à appliquer, mais un langage pour construire, tester et critiquer un modèle. Une trajectoire, un filtre de [navigation](#), un bilan thermique ou une estimation de [fiabilité](#) deviennent rapidement des problèmes à plusieurs variables dont les grandeurs évoluent dans le temps. L'objectif n'est pas de former un mathématicien pur, mais de donner les réflexes qui permettent de comprendre ce que calcule un logiciel d'ingénierie et de repérer un résultat physiquement absurde.

Comprendre le problème avant les équations

Question de départ — Mathématiques avancées & calcul numérique: comment « Comprendre avant de calculer » agit-il sur « erreur numérique », et quel repère issu de « convergence » permet de vérifier la décision?

Intuition. Un logiciel de trajectoire affiche une solution, mais l'équipe veut savoir si le solveur a réellement convergé et si une petite variation des données d'entrée change fortement le résultat.

1

Comprendre avant de calculer

Un logiciel de trajectoire affiche une solution, mais l'équipe veut savoir si le solveur a réellement convergé et si une petite variation des données d'entrée change fortement le résultat.

2

erreur numérique

Définition sans prérequis.

3

convergence

Définition sans prérequis.

Repère concret. Pour propager une orbite, comparer un pas de 60 s à un pas de 10 s permet de voir si le résultat change de façon significative.

- Comprendre avant de calculer — Un logiciel de trajectoire affiche une solution, mais l'équipe veut savoir si le solveur a réellement convergé et si une petite variation des données d'entrée change fortement le...
- erreur numérique — Définition sans prérequis.
- convergence — Définition sans prérequis.

Parcours conseillé pour « Mathématiques avancées & calcul numérique »: modules 01 à 09 recommandés. Dans « Mathématiques avancées & calcul numérique », l'objectif est de comprendre pourquoi une notion antérieure intervient dans la décision étudiée, pas d'en réciter la notation.

RAMPE ZÉRO PRÉREQUIS · MODULE 17

Comprendre avant de calculer

Un logiciel de trajectoire affiche une solution, mais l'équipe veut savoir si le solveur a réellement convergé et si une petite variation des données d'entrée change fortement le résultat.

Progression du module — erreur numérique; convergence; pas de calcul; conditionnement.

erreur numérique

Définition sans prérequis. Une **erreur numérique** est l'écart créé par la représentation finie des nombres et par les approximations d'un algorithme, même lorsque le modèle mathématique est correct.

Scène concrète. Additionner un très petit nombre à un très grand nombre peut perdre des chiffres significatifs sur une machine; répéter des milliers d'opérations peut accumuler des écarts.

Contrôle mental. Comparez le résultat à une estimation simple puis changez légèrement la précision ou la méthode: une variation disproportionnée signale que l'**erreur numérique** domine peut-être la réponse.

Piège à éviter. Ne confondez pas erreur numérique, erreur de mesure et erreur de modèle: elles ont des causes différentes et se traitent différemment.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « **erreur numérique** » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

Exercice guidé — erreur numérique

Situation à reconnaître. Additionner un très petit nombre à un très grand nombre peut perdre des chiffres significatifs sur une machine; répéter des milliers d'opérations peut accumuler des écarts.

Vérification demandée. Comparez le résultat à une estimation simple puis changez légèrement la précision ou la méthode: une variation disproportionnée signale que l'erreur numérique domine peut-être la réponse.

Erreur à écarter. Ne confondez pas erreur numérique, erreur de mesure et erreur de modèle: elles ont des causes différentes et se traitent différemment.

Corrigé raisonné

Sens précis

Une erreur numérique est l'écart créé par la représentation finie des nombres et par les approximations d'un algorithme, même lorsque le modèle mathématique est correct.

Test du cas

Comparez le résultat à une estimation simple puis changez légèrement la précision ou la méthode: une variation disproportionnée signale que l'erreur numérique domine peut-être la réponse.

Piège exclu

Ne confondez pas erreur numérique, erreur de mesure et erreur de modèle: elles ont des causes différentes et se traitent différemment.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « erreur numérique » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

convergence

Définition sans prérequis. Un calcul itératif converge lorsque les approximations successives se rapprochent d'une solution stable selon un critère défini.

Scène concrète. Un solveur de Lambert ou une méthode de Newton peut produire une suite de valeurs qui se stabilise; on surveille la variation entre deux itérations et le résidu de l'équation.

Contrôle mental. Suivez le résidu ou l'écart entre itérations: une suite qui cesse visuellement de bouger n'est acceptable que si le critère de **convergence** annoncé est réellement satisfait.

Piège à éviter. Une valeur qui cesse de changer à l'écran n'est pas forcément correcte: elle peut stagner à cause d'une mauvaise échelle, d'une limite de précision ou d'un mauvais minimum.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « **convergence** » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

Exercice guidé — convergence

Situation à reconnaître. Un solveur de Lambert ou une méthode de Newton peut produire une suite de valeurs qui se stabilise; on surveille la variation entre deux itérations et le résidu de l'équation.

Vérification demandée. Suivez le résidu ou l'écart entre itérations: une suite qui cesse visuellement de bouger n'est acceptable que si le critère de convergence annoncé est réellement satisfait.

Erreur à écarter. Une valeur qui cesse de changer à l'écran n'est pas forcément correcte: elle peut stagner à cause d'une mauvaise échelle, d'une limite de précision ou d'un mauvais minimum.

Corrigé raisonné

Sens précis

Un calcul itératif converge lorsque les approximations successives se rapprochent d'une solution stable selon un critère défini.

Test du cas

Suivez le résidu ou l'écart entre itérations: une suite qui cesse visuellement de bouger n'est acceptable que si le critère de convergence annoncé est réellement satisfait.

Piège exclu

Une valeur qui cesse de changer à l'écran n'est pas forcément correcte: elle peut stagner à cause d'une mauvaise échelle, d'une limite de précision ou d'un mauvais minimum.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « convergence » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

Termes du corrigé. [vérification](#) · [observation](#)

Quantification

convergence: relation qualitative ici; aucune unité intrinsèque.

Vérification

convergence: confronter conclusion, contrôle et piège de la carte.

pas de calcul

Définition sans prérequis. Le [pas de calcul](#) est l'intervalle utilisé pour avancer dans une intégration ou échantillonner un phénomène. Un pas trop grand peut manquer la dynamique; un pas trop petit augmente le coût et peut amplifier certains problèmes numériques.

Scène concrète. Pour propager une orbite, comparer un pas de 60 s à un pas de 10 s permet de voir si le résultat change de façon significative.

Contrôle mental. Divisez le pas par deux et recommencez: si la grandeur d'intérêt se déplace fortement, le pas initial était trop grossier pour conclure.

Piège à éviter. Ne choisissez jamais un pas seulement parce qu'il donne une courbe lisse: le bon pas dépend de la dynamique et du niveau de précision recherché.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « [pas de calcul](#) » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

Exercice guidé — pas de calcul

Situation à reconnaître. Pour propager une orbite, comparer un pas de 60 s à un pas de 10 s permet de voir si le résultat change de façon significative.

Vérification demandée. Divisez le pas par deux et recommencez: si la grandeur d'intérêt se déplace fortement, le pas initial était trop grossier pour conclure.

Erreur à écarter. Ne choisissez jamais un pas seulement parce qu'il donne une courbe lisse: le bon pas dépend de la dynamique et du niveau de précision recherché.

Corrigé raisonné

Sens précis

Le pas de calcul est l'intervalle utilisé pour avancer dans une intégration ou échantillonner un phénomène. Un pas trop grand peut manquer la dynamique; un pas trop petit augmente le coût et peut amplifier certains problèmes numériques.

Test du cas

Divisez le pas par deux et recommencez: si la grandeur d'intérêt se déplace fortement, le pas initial était trop grossier pour conclure.

Piège exclu

Ne choisissez jamais un pas seulement parce qu'il donne une courbe lisse: le bon pas dépend de la dynamique et du niveau de précision recherché.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « pas de calcul » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

conditionnement

Définition sans prérequis. Le **conditionnement** décrit la sensibilité intrinsèque d'un problème: si une petite variation des données provoque une grande variation du résultat, le problème est mal conditionné.

Scène concrète. Une géométrie presque singulière en navigation peut rendre certaines composantes de position très sensibles au bruit de mesure.

Contrôle mental. Perturbiez légèrement les données d'entrée: si une variation minuscule provoque une énorme variation de sortie, le problème est mal conditionné et les décimales affichées ne sont pas toutes crédibles.

Piège à éviter. Un algorithme stable ne peut pas supprimer la sensibilité physique d'un problème mal conditionné; il peut seulement éviter d'ajouter ses propres erreurs.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « **conditionnement** » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

Exercice guidé — conditionnement

Situation à reconnaître. Une géométrie presque singulière en navigation peut rendre certaines composantes de position très sensibles au bruit de mesure.

Vérification demandée. Perturbiez légèrement les données d'entrée: si une variation minuscule provoque une énorme variation de sortie, le problème est mal conditionné et les décimales affichées ne sont pas toutes crédibles.

Erreur à écarter. Un algorithme stable ne peut pas supprimer la sensibilité physique d'un problème mal conditionné; il peut seulement éviter d'ajouter ses propres erreurs.

Corrigé raisonné

Sens précis

Le conditionnement décrit la sensibilité intrinsèque d'un problème: si une petite variation des données provoque une grande variation du résultat, le problème est mal conditionné.

Test du cas

Perturbiez légèrement les données d'entrée: si une variation minuscule provoque une énorme variation de sortie, le problème est mal conditionné et les décimales affichées ne sont pas toutes crédibles.

Piège exclu

Un algorithme stable ne peut pas supprimer la sensibilité physique d'un problème mal conditionné; il peut seulement éviter d'ajouter ses propres erreurs.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « conditionnement » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider.

Quantification

conditionnement: relation qualitative ici; aucune unité intrinsèque.

Vérification

conditionnement: confronter conclusion, contrôle et piège de la carte.

Étude intégrée — Mathématiques avancées & calcul numérique

Situation à analyser. Un logiciel de trajectoire affiche une solution, mais l'équipe veut savoir si le solveur a réellement convergé et si une petite variation des données d'entrée change fortement le résultat.

- **erreur numérique:** Additionner un très petit nombre à un très grand nombre peut perdre des chiffres significatifs sur une machine; répéter des milliers d'opérations peut accumuler des écarts. Contrôle attendu: Comparez le résultat à une estimation simple puis changez légèrement la précision ou la méthode: une variation disproportionnée signale que l'erreur numérique domine peut-être la réponse.
- **convergence:** Un solveur de Lambert ou une méthode de Newton peut produire une suite de valeurs qui se stabilise; on surveille la variation entre deux itérations et le résidu de l'équation. Contrôle attendu: Suivez le résidu ou l'écart entre itérations: une suite qui cesse visuellement de bouger n'est acceptable que si le critère de convergence annoncé est réellement satisfait.
- **pas de calcul:** Pour propager une orbite, comparer un pas de 60 s à un pas de 10 s permet de voir si le résultat change de façon significative. Contrôle attendu: Divisez le pas par deux et recommencez: si la grandeur d'intérêt se déplace fortement, le pas initial était trop grossier pour conclure.
- **conditionnement:** Une géométrie presque singulière en navigation peut rendre certaines composantes de position très sensibles au bruit de mesure. Contrôle attendu: Perturbez légèrement les données d'entrée: si une variation minuscule provoque une énorme variation de sortie, le problème est mal conditionné et les décimales affichées ne sont pas toutes crédibles.

Le diagnostic ne doit pas confondre « erreur numérique » et « convergence ». Le premier se reconnaît ici par le cas suivant: Additionner un très petit nombre à un très grand nombre peut perdre des chiffres significatifs sur une machine; répéter des milliers d'opérations peut accumuler des écarts. Le second doit être contrôlé autrement: Suivez le résidu ou l'écart entre itérations: une suite qui cesse visuellement de bouger n'est acceptable que si le critère de convergence annoncé est réellement satisfait.

Une seconde vérification croise « pas de calcul » et « conditionnement ». Gardez comme alerte « Ne choisissez jamais un pas seulement parce qu'il donne une courbe lisse: le bon pas dépend de la dynamique et du niveau de précision recherché. »; pour « conditionnement », utilisez plutôt ce test: Perturbez légèrement les données d'entrée: si une variation minuscule provoque une énorme variation de sortie, le problème est mal conditionné et les décimales affichées ne sont pas toutes crédibles.

Exercice de synthèse

Dans la situation de « Mathématiques avancées & calcul numérique », classez les indices selon « erreur numérique » (Comparez le résultat à une estimation simple puis changez légèrement la précision ou la méthode: une variation disproportionnée signale que l'erreur numérique domine peut-être la réponse.), « convergence » (Suivez le résidu ou l'écart entre itérations: une suite qui cesse visuellement de bouger n'est acceptable que si le critère de convergence annoncé est réellement satisfait.), « pas de calcul » (Divisez le pas par deux et recommencez: si la grandeur d'intérêt se déplace fortement, le pas initial était trop grossier pour conclure.), « conditionnement » (Perturbez légèrement les données d'entrée: si une variation minuscule provoque une énorme variation de sortie, le problème est mal conditionné et les décimales affichées ne sont pas toutes crédibles.) Décision suspendue si un contrôle échoue.

Corrigé de synthèse

Pour erreur numérique, Dans ce module, une erreur sur « erreur numérique » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider. Le garde-fou principal est: Ne confondez pas erreur numérique, erreur de mesure et erreur de modèle: elles ont des causes différentes et se traitent différemment. Pour convergence, Dans ce module, une erreur sur « convergence » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider. Le garde-fou principal est: Une valeur qui cesse de changer à l'écran n'est pas forcément correcte: elle peut stagner à cause d'une mauvaise échelle, d'une limite de précision ou d'un mauvais minimum. Pour pas de calcul, Dans ce module, une erreur sur « pas de calcul » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider. Le garde-fou principal est: Ne choisissez jamais un pas seulement parce qu'il donne une courbe lisse: le bon pas dépend de la dynamique et du niveau de précision recherché. Pour conditionnement, Dans ce module, une erreur sur « conditionnement » peut rendre crédible un résultat numérique qui n'est ni convergé, ni stable, ni suffisamment précis pour décider. Le garde-fou principal est: Un algorithme stable ne peut pas supprimer la sensibilité physique d'un problème mal conditionné; il peut seulement éviter d'ajouter ses propres erreurs.

Mini-leçons quantitatives canoniques

Ce bloc constitue la référence quantitative du module; les valeurs d'exercice sont pédagogiques et ne doivent pas être confondues avec des données de mission.

Erreur relative

$$e_{rel} = |x_{calc} - x_{ref}| / |x_{ref}|$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $e_{rel} = |x_{calc} - x_{ref}| / |x_{ref}|$ » dans « Erreur relative » ?

2 — Intuition sans symboles

L'erreur relative rapporte l'écart à l'échelle du résultat de référence pour comparer des problèmes de tailles différentes.

3 — Grandeurs

e_{rel} : erreur relative; x_{calc} : valeur calculée; x_{ref} : valeur de référence

4 — Formule

$$e_{rel} = |x_{calc} - x_{ref}| / |x_{ref}|$$

5 — Lecture

Lire « $e_{rel} = |x_{calc} - x_{ref}| / |x_{ref}|$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

e_{rel} : erreur relative; x_{calc} : valeur calculée; x_{ref} : valeur de référence

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

e_{rel} sans dimension; x_{calc} et x_{ref} dans la même unité

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.

11 — Hypothèses

Les deux quantités doivent appartenir au même périmètre et à la même période.

12 — Contrôle d'unités

e_{rel} sans dimension; x_{calc} et x_{ref} dans la même unité Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $x_{calc} = 316,3$ et $x_{ref} = 316,0$, $e_{rel} = 0,3/316,0 \approx 0,000949 = 0,0949 \%$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.

15 — Contrôle indépendant

Multiplier le résultat par le dénominateur doit restituer le numérateur.

16 — Estimation mentale

Avant calcul, comparer mentalement le numérateur au dénominateur pour savoir si le résultat doit être inférieur, proche ou supérieur à un.

17 — Interprétation

Une petite erreur relative ne garantit pas que la valeur de référence soit exacte ou adaptée à la décision.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Le résultat augmente si le numérateur augmente et diminue si le dénominateur augmente, toutes choses égales par ailleurs.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $x_{calc} = 99,2$ et $x_{ref} = 100,0$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$x_{\text{calc}} = 99,2$ et $x_{\text{ref}} = 100,0$. $e_{\text{rel}} = 0,8/100 = 0,008 = 0,8 \%$.

Exercice autonome. $x_{\text{calc}} = 48,5$ et $x_{\text{ref}} = 50,0$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$x_{\text{calc}} = 48,5$ et $x_{\text{ref}} = 50,0$. $e_{\text{rel}} = 1,5/50 = 0,03 = 3 \%$.

21 — Décision mission

Comparer l'erreur à la tolérance d'ingénierie réellement acceptable, pas à un seuil arbitraire.

Dérivée par différence finie

$dx_{dt} \approx (x_{\text{next}} - x_{\text{now}}) / dt$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $dx_{dt} \approx (x_{\text{next}} - x_{\text{now}}) / dt$ » dans « Dérivée par différence finie » ?

2 — Intuition sans symboles

Une dérivée numérique estime la vitesse du changement à partir d'un écart observé sur un petit intervalle.

3 — Grandeurs

dx_{dt} : taux de variation estimé; x_{next} : valeur au pas suivant; x_{now} : valeur actuelle; dt : intervalle de temps

4 — Formule

$dx_{dt} \approx (x_{\text{next}} - x_{\text{now}}) / dt$

5 — Lecture

Lire « $dx_{dt} \approx (x_{\text{next}} - x_{\text{now}}) / dt$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

dx_{dt} : taux de variation estimé; x_{next} : valeur au pas suivant; x_{now} : valeur actuelle; dt : intervalle de temps

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

dx_{dt} en unité de x par unité de temps; dt en temps

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La soustraction isole la marge ou la variation entre deux grandeurs exprimées sur la même base.

11 — Hypothèses

Les deux termes doivent utiliser le même repère, la même unité et la même frontière de système.

12 — Contrôle d'unités

dx_{dt} en unité de x par unité de temps; dt en temps Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $x_{\text{now}} = 1\,200$ kg, $x_{\text{next}} = 1\,110$ kg et $dt = 9$ h, $dx_{dt} = -90/9 = -10$ kg/h.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La soustraction isole la marge ou la variation entre deux grandeurs exprimées sur la même base.

15 — Contrôle indépendant

Ajouter la différence au terme retiré doit restituer le terme initial.

16 — Estimation mentale

Comparer les deux termes suffit à prévoir le signe et l'ordre de grandeur de la différence.

17 — Interprétation

Le résultat dépend du pas choisi et peut masquer une dynamique rapide entre les deux échantillons.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Une hausse du premier terme augmente le résultat; une hausse du second le diminue à pente unitaire.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $x_{\text{now}} = 80$, $x_{\text{next}} = 92$, $dt = 4$ s.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$x_{\text{now}} = 80$, $x_{\text{next}} = 92$, $dt = 4$ s. $dx_{\text{dt}} = 12/4 = 3$ par seconde.

Exercice autonome. $x_{\text{now}} = 50$, $x_{\text{next}} = 44$, $dt = 3$ min.

Correction autonome — ouvrir après essai

$x_{\text{now}} = 50$, $x_{\text{next}} = 44$, $dt = 3$ min. $dx_{\text{dt}} = -6/3 = -2$ par minute.

21 — Décision mission

Réduire le pas ou comparer plusieurs pas si la décision est sensible à la dérivée estimée.

Pas d'Euler explicite

$$x_{\text{next}} = x_{\text{now}} + dt \times f_{\text{now}}$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $x_{\text{next}} = x_{\text{now}} + dt \times f_{\text{now}}$ » dans « Pas d'Euler explicite » ?

2 — Intuition sans symboles

Euler avance l'état en ajoutant la variation estimée pendant un petit pas à partir de la pente actuelle.

3 — Grandeurs

x_{next} : état estimé au pas suivant; x_{now} : état actuel; dt : pas de temps; f_{now} : dérivée évaluée à l'état actuel

4 — Formule

$$x_{\text{next}} = x_{\text{now}} + dt \times f_{\text{now}}$$

5 — Lecture

Lire « $x_{\text{next}} = x_{\text{now}} + dt \times f_{\text{now}}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

x_{next} : état estimé au pas suivant; x_{now} : état actuel; dt : pas de temps; f_{now} : dérivée évaluée à l'état actuel

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

x_{next} et x_{now} dans l'unité de l'état; dt en temps; f_{now} en état par temps

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

L'addition rassemble des contributions exprimées sur la même base pour obtenir un total cohérent.

11 — Hypothèses

Toutes les contributions doivent employer une unité et un périmètre communs.

12 — Contrôle d'unités

x_{next} et x_{now} dans l'unité de l'état; dt en temps; f_{now} en état par temps Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $x_{\text{now}} = 100$, $dt = 2$ s et $f_{\text{now}} = -3/\text{s}$, $x_{\text{next}} = 100 + 2 \times (-3) = 94$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

L'addition rassemble des contributions exprimées sur la même base pour obtenir un total cohérent.

15 — Contrôle indépendant

Retirer une contribution du total doit restituer la somme des autres.

16 — Estimation mentale

Additionner d'abord les termes dominants donne rapidement l'ordre de grandeur.

17 — Interprétation

Euler est simple mais peut devenir instable ou imprécis si le pas est trop grand par rapport à la dynamique.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Le total varie linéairement avec chaque contribution si les autres restent constantes.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $x_{\text{now}} = 20$, $dt = 0,5$ s, $f_{\text{now}} = 4/\text{s}$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$x_{\text{now}} = 20$, $dt = 0,5$ s, $f_{\text{now}} = 4/\text{s}$. $x_{\text{next}} = 20 + 0,5 \times 4 = 22$.

Exercice autonome. $x_{\text{now}} = 60$, $dt = 1,5$ s, $f_{\text{now}} = -2/\text{s}$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$x_{\text{now}} = 60$, $dt = 1,5$ s, $f_{\text{now}} = -2/\text{s}$. $x_{\text{next}} = 60 - 3 = 57$.

21 — Décision mission

Tester la convergence en réduisant le pas avant d'utiliser le résultat pour une décision critique.

Intégration trapézoïdale sur un pas

$$I_{\text{step}} = 0.5 \times (y_{\text{now}} + y_{\text{next}}) \times dt$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $I_{\text{step}} = 0.5 \times (y_{\text{now}} + y_{\text{next}}) \times dt$ » dans « Intégration trapézoïdale sur un pas » ?

2 — Intuition sans symboles

La règle du trapèze utilise la moyenne des deux extrémités pour approximer l'aire sous la courbe.

3 — Grandeurs

I_{step} : contribution intégrée; y_{now} : valeur au début; y_{next} : valeur à la fin; dt : durée du pas

4 — Formule

$$I_{\text{step}} = 0.5 \times (y_{\text{now}} + y_{\text{next}}) \times dt$$

5 — Lecture

Lire « $I_{\text{step}} = 0.5 \times (y_{\text{now}} + y_{\text{next}}) \times dt$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

I_{step} : contribution intégrée; y_{now} : valeur au début; y_{next} : valeur à la fin; dt : durée du pas

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

I_{step} en unité de $y \times \text{temps}$; y dans son unité; dt en temps

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La multiplication transforme un taux ou une grandeur spécifique en quantité totale sur l'intervalle ou la population considérée.

11 — Hypothèses

Les facteurs doivent décrire le même scénario et leurs unités doivent être compatibles.

12 — Contrôle d'unités

I_{step} en unité de $y \times \text{temps}$; y dans son unité; dt en temps Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $y_{\text{now}} = 10 \text{ kW}$, $y_{\text{next}} = 14 \text{ kW}$ et $dt = 2 \text{ h}$, $I_{\text{step}} = 0,5 \times 24 \times 2 = 24 \text{ kWh}$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La multiplication transforme un taux ou une grandeur spécifique en quantité totale sur l'intervalle ou la population considérée.

15 — Contrôle indépendant

Diviser le résultat par un facteur non nul doit retrouver l'autre facteur.

16 — Estimation mentale

Estimer séparément l'ordre de grandeur de chaque facteur permet de prévoir celui du produit.

17 — Interprétation

La précision dépend de la courbure réelle entre les points; deux valeurs terminales ne prouvent pas un profil linéaire.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

À facteurs indépendants, une variation relative d'un facteur se transmet directement au produit.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $y_{\text{now}} = 5$, $y_{\text{next}} = 9$, $dt = 3 \text{ s}$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$y_{\text{now}} = 5$, $y_{\text{next}} = 9$, $dt = 3 \text{ s}$. $I_{\text{step}} = 0,5 \times 14 \times 3 = 21 \text{ unité} \cdot \text{s}$.

Exercice autonome. $y_{\text{now}} = 20$, $y_{\text{next}} = 16$, $dt = 4 \text{ min}$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$y_{\text{now}} = 20$, $y_{\text{next}} = 16$, $dt = 4 \text{ min}$. $I_{\text{step}} = 0,5 \times 36 \times 4 = 72 \text{ unité} \cdot \text{min}$.

21 — Décision mission

Raffiner le maillage si la grandeur change rapidement ou présente des discontinuités.

Interpolation linéaire

$$y = y_1 + (x - x_1) \times (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $y = y_1 + (x - x_1) \times (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ » dans « Interpolation linéaire » ?

2 — Intuition sans symboles

Entre deux points, l'interpolation linéaire répartit la variation proportionnellement à la position relative de la cible.

3 — Grandeurs

y : valeur interpolée; x : position cible; x_1 : première abscisse; x_2 : deuxième abscisse; y_1 : première valeur; y_2 : deuxième valeur

4 — Formule

$$y = y_1 + (x - x_1) \times (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

5 — Lecture

Lire « $y = y_1 + (x - x_1) \times (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

y: valeur interpolée; x: position cible; x1: première abscisse; x2: deuxième abscisse; y1: première valeur; y2: deuxième valeur

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

x, x1, x2 dans la même unité; y, y1, y2 dans la même unité

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La relation met en équation le mécanisme quantitatif décrit par la mini-leçon et permet de vérifier le raisonnement par substitution numérique.

11 — Hypothèses

Les entrées doivent provenir du même scénario, avec unités, signes et conventions explicitement alignés.

12 — Contrôle d'unités

x, x1, x2 dans la même unité; y, y1, y2 dans la même unité Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Entre (x1=0, y1=10) et (x2=100, y2=30), pour x=25, $y = 10 + 25 \times 20 / 100 = 15$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La relation met en équation le mécanisme quantitatif décrit par la mini-leçon et permet de vérifier le raisonnement par substitution numérique.

15 — Contrôle indépendant

Recalculer par la relation inverse ou par une seconde méthode doit retrouver le même ordre de grandeur.

16 — Estimation mentale

Un ordre de grandeur estimé avant la calculatrice permet de détecter les erreurs de facteur, de signe ou d'unité.

17 — Interprétation

L'interpolation n'est fiable que si la fonction est suffisamment régulière entre les deux points.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Faire varier une entrée à la fois permet d'identifier la variable qui pilote le plus la décision.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. x1=0, x2=10, y1=50, y2=70, x=4.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

x1=0, x2=10, y1=50, y2=70, x=4. $y = 50 + 4 \times 20 / 10 = 58$.

Exercice autonome. x1=20, x2=40, y1=100, y2=160, x=35.

Correction autonome — ouvrir après essai

x1=20, x2=40, y1=100, y2=160, x=35. $y = 100 + 15 \times 60 / 20 = 145$.

21 — Décision mission

Éviter l'extrapolation non justifiée au-delà des bornes de données.

Combinaison RSS d'incertitudes indépendantes

$u_{\text{total}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $u_{\text{total}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$ » dans « Combinaison RSS d'incertitudes indépendantes » ?

2 — Intuition sans symboles

Des contributions indépendantes ne s'additionnent pas systématiquement dans le même sens; la somme quadratique reflète cette structure.

3 — Grandeurs

u_{total} : incertitude combinée; u_1 : première contribution; u_2 : deuxième; u_3 : troisième

4 — Formule

$$u_{\text{total}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

5 — Lecture

Lire « $u_{\text{total}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

u_{total} : incertitude combinée; u_1 : première contribution; u_2 : deuxième; u_3 : troisième

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

toutes les incertitudes dans la même unité

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

11 — Hypothèses

Les contributions doivent être indépendantes ou suffisamment décorrélées pour justifier cette combinaison.

12 — Contrôle d'unités

toutes les incertitudes dans la même unité Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $u_1 = 0,20$ mm, $u_2 = 0,15$ mm et $u_3 = 0,10$ mm, $u_{\text{total}} = \sqrt{0,04+0,0225+0,01} \approx 0,2693$ mm.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

15 — Contrôle indépendant

Le carré du résultat doit être égal à la somme des carrés des contributions.

16 — Estimation mentale

Le résultat doit être au moins aussi grand que la contribution dominante et inférieur à leur somme arithmétique.

17 — Interprétation

Si les contributions sont corrélées, il faut inclure les covariances au lieu d'utiliser cette forme simple.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

La contribution la plus grande influence davantage le résultat à cause du carré.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $u_1=3$, $u_2=4$, $u_3=0$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$$u_1=3, u_2=4, u_3=0. u_{\text{total}} = \sqrt{9+16} = 5.$$

Exercice autonome. $u_1=1$, $u_2=2$, $u_3=2$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$u_1=1, u_2=2, u_3=2. u_{\text{total}} = \sqrt{1+4+4} = 3.$

21 — Décision mission

Documenter indépendance et corrélations avant de créditer une réduction RSS.

Progression de maîtrise

1. erreur numérique: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
2. convergence: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
3. pas de calcul: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
4. conditionnement: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
5. Synthèse de « Mathématiques avancées & calcul numérique »: confrontez « erreur numérique » à « convergence »; choisissez le contrôle prioritaire.

Vérification de maîtrise

Validation 17 — erreur numérique, convergence, pas de calcul, conditionnement. Pour chaque notion: un indice et un contrôle.

Objectifs de maîtrise

- Lire « erreur numérique » comme un problème concret de « Mathématiques avancées & calcul numérique » et non comme une définition à réciter.
- Contrôler un résultat chiffré lié à « erreur numérique » par une seconde méthode simple.
- Dire quelle donnée supplémentaire manque avant de trancher sur « convergence ».
- Choisir une réponse opérationnelle cohérente avec « pas de calcul » et ses marges.

1. Vecteurs et matrices: organiser plusieurs grandeurs à la fois

Un **vecteur** regroupe des composantes qui appartiennent à un même état: position x, y, z ; **vitesse** v_x, v_y, v_z ; ou erreurs de capteur. Une **matrice** décrit comment plusieurs grandeurs se combinent. Dans un problème spatial, elle sert notamment à changer de **repère**, propager une **covariance** ou linéariser un système. La règle fondamentale est dimensionnelle: une matrice 3×3 ne peut multiplier qu'un objet compatible. Avant tout calcul, écrire les dimensions évite une grande partie des erreurs.

2. Dérivées et gradients: mesurer la vitesse du changement

Une dérivée répond à la question « de combien la sortie change-t-elle lorsque l'entrée varie un peu? ». La vitesse est la dérivée de la position, l'**accélération** celle de la vitesse, et un gradient rassemble plusieurs dérivées partielles. En conception, ces notions servent aussi aux sensibilités: si une masse augmente de 1 %, quelle variable de mission réagit le plus? Le gradient permet de hiérarchiser les paramètres au lieu de modifier tout au hasard.

3. Équations différentielles: représenter un système qui évolue

Beaucoup de lois physiques lient une grandeur à sa **dérivée**. L'équation $dv/dt=a$ dit que la vitesse évolue selon l'accélération. Pour un réservoir, dm/dt peut représenter un débit sortant; pour une batterie, dE/dt relie énergie stockée, production et consommation. Une équation différentielle n'est donc pas un symbole abstrait: c'est une règle d'évolution. L'état initial et les conditions aux limites sont aussi importants que l'équation elle-même.

4. Intégration numérique: avancer par petits pas sans se raconter d'histoire

Quand une solution exacte n'existe pas ou devient impraticable, le calcul numérique avance le temps par pas. Euler est simple mais peut accumuler beaucoup d'erreur; Runge–Kutta évalue plusieurs pentes dans chaque pas et offre généralement une meilleure précision. Le pas de temps est un choix d'ingénierie: trop grand, il masque la dynamique; trop petit, il coûte du calcul sans bénéfice. On vérifie la convergence en répétant le calcul avec un pas plus fin.

5. Interpolation, ajustement et données imparfaites

Les mesures n'arrivent pas toujours exactement au temps où le modèle en a besoin. L'interpolation estime une valeur entre des échantillons. L'ajustement cherche les paramètres d'un modèle qui expliquent au mieux un ensemble de mesures. Il faut distinguer interpolation et extrapolation: prédire au-delà de la plage mesurée est beaucoup plus risqué. Une courbe très lisse ne prouve jamais qu'un modèle est juste.

6. Probabilités, covariance et propagation d'incertitude

Une mission ne possède pas une position parfaitement connue ni une consommation exactement constante. On représente donc des incertitudes, souvent par des écarts-types et des covariances. Une covariance positive indique que deux erreurs tendent à évoluer dans le même sens; une covariance négative, dans des sens opposés. Propager l'incertitude signifie calculer comment ces erreurs d'entrée se transforment en [dispersion](#) de sortie.

Approfondissement — Covariance: suivre l'incertitude comme une grandeur physique

Une estimation de position n'est jamais un simple triplet de coordonnées. Elle doit être accompagnée de son incertitude et, surtout, des corrélations entre variables. On rassemble souvent ces informations dans une matrice de covariance P . La lettre P désigne ici la matrice; ses termes diagonaux contiennent les variances de chaque variable, c'est-à-dire le carré de leur [écart-type](#), et les termes hors diagonale décrivent la manière dont deux erreurs évoluent ensemble. Si l'incertitude sur la position selon x augmente en même temps que celle sur la vitesse selon x , les deux grandeurs sont corrélées et les traiter comme indépendantes donne une fausse confiance.

Exemple simplifié: si l'écart-type sur une position vaut $\sigma_x = 120$ m, où σ_x signifie l'écart-type de la coordonnée x , une règle naïve pourrait annoncer une zone de ± 120 m. Mais une [ellipse](#) d'incertitude réelle dépend aussi de y , de la covariance x – y et du niveau de confiance choisi. Pour un atterrissage, cette ellipse doit ensuite être propagée pendant la descente. Les capteurs réduisent certaines incertitudes, les modèles en ajoutent d'autres et les manœuvres transforment la géométrie. C'est pour cela qu'un chiffre de précision sans intervalle ni hypothèse n'est pas une information complète.

7. Monte-Carlo: répéter le scénario pour voir la distribution des résultats

Une simulation [Monte-Carlo](#) tire aléatoirement des valeurs d'entrée dans des distributions définies puis répète le modèle de nombreuses fois. On obtient non pas un unique résultat, mais une distribution: médiane, percentiles, cas extrêmes. Cette méthode est puissante pour les systèmes non linéaires, mais elle ne sauve pas un mauvais modèle. Si les distributions d'entrée sont irréalistes, la précision statistique des sorties donne seulement une illusion de rigueur.

Approfondissement — Monte-Carlo de mission: remplacer le scénario nominal par une distribution de résultats

Une mission ne vole qu'une fois, mais l'équipe peut la simuler des milliers de fois. Dans une analyse Monte-Carlo, on tire aléatoirement des valeurs d'entrée suivant des distributions représentant les incertitudes: masse, [densité](#) atmosphérique, vent, erreur de capteur, poussée, délai logiciel, position initiale. Chaque simulation produit une sortie: point d'atterrissage, carburant restant, [température](#) maximale ou marge de batterie. Après N essais, où N est le nombre total de simulations, on n'obtient plus une seule réponse mais une distribution. On peut alors demander quelle fraction des cas viole une contrainte.

Supposons 20 000 simulations d'atterrissage et 18 cas hors zone sûre. La fréquence empirique est $18 \div 20\,000 = 0,0009$, soit 0,09 %. Ce nombre ne prouve pas que le risque réel vaut exactement 0,09 %: il dépend des distributions d'entrée, des corrélations et de la fidélité du modèle. La bonne pratique consiste à examiner les cas extrêmes, identifier les variables dominantes et relancer l'analyse après correction. L'objectif n'est donc pas de produire un joli histogramme, mais de découvrir quels mécanismes créent les échecs rares et si une marge d'ingénierie peut les rendre impossibles ou seulement moins probables.

8. Conditionnement numérique et contrôle de vraisemblance

Un calcul peut être mathématiquement défini et numériquement fragile. Soustraire deux nombres presque égaux ou inverser une matrice mal conditionnée peut amplifier les erreurs d'arrondi. L'ingénieur surveille donc [ordres de grandeur](#), unités, résidus et stabilité. Une règle simple reste indispensable: avant de faire confiance à dix décimales, estimer le résultat à la main et demander si son signe et son échelle ont un sens physique.

Approfondissement — Conditionnement, échelles et chiffres qui ont l'air précis mais ne le sont pas

Un calcul numérique peut être faux alors que chaque opération arithmétique est correcte. Le danger apparaît lorsque le problème est mal conditionné: une petite erreur sur l'entrée produit une grande variation du résultat. Imaginons qu'une trajectoire soit calculée à partir de deux positions presque identiques puis que l'on soustraie ces grands nombres pour obtenir un petit déplacement. Si les positions sont arrondies, les chiffres significatifs communs peuvent s'annuler et l'erreur relative sur le déplacement devient énorme. La première règle est donc d'observer les ordres de grandeur avant de lancer un solveur: quelles variables valent 10^6 , lesquelles valent 10^{-3} , et lesquelles résultent d'une différence entre deux valeurs presque égales?

On peut représenter la sensibilité par un nombre de condition κ , lettre grecque kappa. Ici, κ mesure à quel point une erreur relative sur les données peut être amplifiée dans le résultat. κ proche de 1 indique un problème bien conditionné; κ très grand signale qu'une petite incertitude d'entrée peut devenir dominante. Le nombre de condition ne remplace pas une analyse physique: il avertit que davantage de chiffres dans le logiciel ne suffiront peut-être pas. Dans une mission martienne, cette question intervient dans la navigation, la reconstruction d'orbite, l'estimation de paramètres atmosphériques et le traitement d'instruments. Un bon ingénieur demande donc non seulement « quelle est la valeur? », mais « combien de décimales de cette valeur sont réellement supportées par les données? ».

Exemple calculé pas à pas

La méthode de travail est toujours la même: écrire ce que représente chaque symbole, convertir toutes les unités vers un système cohérent, effectuer l'opération, puis traduire le résultat en phrase — « Approfondissement — Conditionnement, échelles et chiffres ». Enfin, faire un contrôle d'ordre de grandeur. Pour « Approfondissement — Conditionnement, échelles et chiffres », si le résultat change de facteur mille lorsqu'on passe de millimètres à mètres, la conversion doit être visible dans le calcul.

Exercice progressif

1. Choisissez un cas élémentaire de « erreur numérique », puis dressez les données utiles à « Mathématiques avancées & calcul numérique », leur origine et leurs unités avant de calculer.
2. Calculer le résultat nominal sans marge.
3. Modifier le paramètre le plus incertain de $\pm 20\%$ et comparer — « Approfondissement — Conditionnement, échelles et chiffres ».
4. Ajouter une panne crédible et expliquer quel indicateur permet de la détecter — « Approfondissement — Conditionnement, échelles et chiffres ».
5. Décider si le système continue, se dégrade ou doit s'arrêter — « Approfondissement — Conditionnement, échelles et chiffres ».

Solution raisonnée

Pour « Mathématiques avancées & calcul numérique », le résultat final doit être accompagné de son unité, de l'hypothèse qui le domine et de ce qu'il change pour « erreur numérique ». Elle montre les conversions, la logique de la formule, la sensibilité et la décision — module 17 · Solution raisonnée. Si deux hypothèses différentes conduisent à la même décision opérationnelle, la conception est relativement robuste à cette incertitude. Dans le corrigé de « Mathématiques avancées & calcul numérique », une variation capable d'inverser la conclusion sur « erreur numérique » devient une priorité de mesure ou de marge.

Mini-projet de validation

Construisez un dossier de [validation](#) consacré à « Mathématiques avancées & calcul numérique »: il doit rendre vérifiable au moins un choix concernant « erreur numérique » et expliciter le cas qui ferait rejeter ce choix. Le livrable du module 17 doit montrer comment vous passez de Comprendre avant de calculer à erreur numérique, puis comment un échec de convergence modifierait la solution retenue. Le mini-projet sur « Mathématiques avancées & calcul numérique » est recevable si un autre équipier peut reproduire la vérification de « erreur numérique » et retrouver la même décision à partir des mêmes données.

Erreurs classiques à détecter

- Attribuer une cause à « erreur numérique » sans vérifier un indice indépendant du même phénomène.
- Utiliser une valeur de « erreur numérique » sans indiquer son unité, son origine ou sa plage de validité.
- Conclure sur « convergence » à partir du cas nominal alors qu'un état dégradé change la décision.
- Dans « Mathématiques avancées & calcul numérique », ne laissez jamais une précision numérique masquer l'hypothèse qui commande réellement le résultat.

Sources primaires et passerelles

- [NASA — Guidance, Navigation & Control state of the art](#)
- [NASA Science — Basics of Space Flight: Navigation](#)

Repères lexicaux du module. état dégradé

- [www.nasa.gov — documentation institutionnelle](#)
- [Space Academy — parcours complet](#)

Matrice de parité FR ↔ EN

FR	EN
Erreur relative	Relative error
Dérivée par différence finie	Finite-difference derivative
Pas d'Euler explicite	Explicit Euler step
Intégration trapézoïdale sur un pas	Trapezoidal integration over one step
Interpolation linéaire	Linear interpolation
Combinaison RSS d'incertitudes indépendantes	RSS combination of independent uncertainties