

Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes

Comprendre le problème avant les équations

Question de départ — Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes: comment « Comprendre avant de calculer » agit-il sur « probabilité », et quel repère issu de « écart-type » permet de vérifier la décision?

Intuition. Une mesure de pression paraît normale, mais l'équipe sait que tout capteur possède une incertitude et que plusieurs incertitudes se combinent dans la décision.

1

Comprendre avant de calculer

Une mesure de pression paraît normale, mais l'équipe sait que tout capteur possède une incertitude et que plusieurs incertitudes se combinent dans la décision.

2

probabilité

Définition sans prérequis.

3

écart-type

Définition sans prérequis.

Repère concret. Une probabilité quantifie la plausibilité d'un événement dans un modèle donné, entre 0 et 1 ou entre 0 % et 100 %.

- Comprendre avant de calculer — Une mesure de pression paraît normale, mais l'équipe sait que tout capteur possède une incertitude et que plusieurs incertitudes se combinent dans la décision.
- probabilité — Définition sans prérequis.
- écart-type — Définition sans prérequis.

Parcours conseillé pour « Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes »: modules 00 à 22 recommandés selon le sujet. Dans « Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes », l'objectif est de comprendre pourquoi une notion antérieure intervient dans la décision étudiée, pas d'en réciter la notation.

RAMPE ZÉRO PRÉREQUIS · MODULE 23

Comprendre avant de calculer

Une mesure de pression paraît normale, mais l'équipe sait que tout capteur possède une **incertitude** et que plusieurs incertitudes se combinent dans la décision.

Progression du module — probabilité; moyenne; écart-type; incertitude.

probabilité

Définition sans prérequis. Une **probabilité** quantifie la plausibilité d'un événement dans un modèle donné, entre 0 et 1 ou entre 0 % et 100 %.

Scène concrète. Dire qu'un événement a une probabilité de 1 % par mission ne signifie pas qu'il se produira exactement une fois toutes les cent missions; cela décrit une fréquence ou croyance modélisée selon les hypothèses.

Contrôle mental. Une [probabilité](#) doit rester entre 0 et 1, soit entre 0 % et 100 %; toute valeur hors de cet intervalle signale une erreur de définition ou de calcul.

Piège à éviter. Une probabilité précise n'est pas forcément une connaissance précise: elle peut dépendre de données rares, d'un modèle discutable ou de dépendances mal connues.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « [probabilité](#) » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Exercice guidé — probabilité

Situation à reconnaître. Dire qu'un événement a une probabilité de 1 % par mission ne signifie pas qu'il se produira exactement une fois toutes les cent missions; cela décrit une fréquence ou croyance modélisée selon les hypothèses.

Vérification demandée. Une probabilité doit rester entre 0 et 1, soit entre 0 % et 100 %; toute valeur hors de cet intervalle signale une erreur de définition ou de calcul.

Erreur à écarter. Une probabilité précise n'est pas forcément une connaissance précise: elle peut dépendre de données rares, d'un modèle discutable ou de dépendances mal connues.

Corrigé raisonné

Sens précis

Une probabilité quantifie la plausibilité d'un événement dans un modèle donné, entre 0 et 1 ou entre 0 % et 100 %.

Test du cas

Une probabilité doit rester entre 0 et 1, soit entre 0 % et 100 %; toute valeur hors de cet intervalle signale une erreur de définition ou de calcul.

Piège exclu

Une probabilité précise n'est pas forcément une connaissance précise: elle peut dépendre de données rares, d'un modèle discutable ou de dépendances mal connues.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « [probabilité](#) » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

moyenne

Définition sans prérequis. La [moyenne](#) arithmétique additionne des valeurs puis divise par leur nombre. Elle résume un ensemble mais peut cacher dispersion, asymétrie et valeurs extrêmes.

Scène concrète. Une [température](#) moyenne correcte peut masquer des pointes au-delà de la limite d'un composant.

Contrôle mental. Ajoutez une valeur extrême et observez son effet: si la [moyenne](#) change fortement, elle ne décrit peut-être pas correctement le cas typique.

Piège à éviter. Ne remplacez jamais une distribution de risques par une moyenne unique lorsque les extrêmes déterminent la sécurité.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « [moyenne](#) » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Exercice guidé — moyenne

Situation à reconnaître. Une température moyenne correcte peut masquer des pointes au-delà de la limite d'un composant.

Vérification demandée. Ajoutez une valeur extrême et observez son effet: si la moyenne change fortement, elle ne décrit peut-être pas correctement le cas typique.

Erreur à écarter. Ne remplacez jamais une distribution de risques par une moyenne unique lorsque les extrêmes déterminent la sécurité.

Corrigé raisonné

Sens précis

La moyenne arithmétique additionne des valeurs puis divise par leur nombre. Elle résume un ensemble mais peut cacher dispersion, asymétrie et valeurs extrêmes.

Test du cas

Ajoutez une valeur extrême et observez son effet: si la moyenne change fortement, elle ne décrit peut-être pas correctement le cas typique.

Piège exclu

Ne remplacez jamais une distribution de risques par une moyenne unique lorsque les extrêmes déterminent la sécurité.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « moyenne » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Quantification

moyenne: relation qualitative ici; aucune unité intrinsèque.

Vérification

moyenne: confronter conclusion, contrôle et piège de la carte.

écart-type

Définition sans prérequis. L'**écart-type** mesure l'étalement des valeurs autour de leur moyenne dans un ensemble ou un modèle probabiliste.

Scène concrète. Un capteur peut avoir une erreur moyenne proche de zéro mais un écart-type suffisamment grand pour rendre une mesure isolée peu fiable.

Contrôle mental. Un ensemble de valeurs très dispersées doit avoir un **écart-type** plus grand qu'un ensemble serré autour de la même moyenne; l'inverse est impossible à définition constante.

Piège à éviter. Un petit écart-type ne prouve pas l'absence de biais systématique: dispersion et biais sont deux propriétés différentes.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « **écart-type** » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Exercice guidé — écart-type

Situation à reconnaître. Un capteur peut avoir une erreur moyenne proche de zéro mais un écart-type suffisamment grand pour rendre une mesure isolée peu fiable.

Vérification demandée. Un ensemble de valeurs très dispersées doit avoir un écart-type plus grand qu'un ensemble serré autour de la même moyenne; l'inverse est impossible à définition constante.

Erreur à écarter. Un petit écart-type ne prouve pas l'absence de biais systématique: dispersion et biais sont deux propriétés différentes.

Corrigé raisonné

Sens précis

L'écart-type mesure l'étalement des valeurs autour de leur moyenne dans un ensemble ou un modèle probabiliste.

Test du cas

Un ensemble de valeurs très dispersées doit avoir un écart-type plus grand qu'un ensemble serré autour de la même moyenne; l'inverse est impossible à définition constante.

Piège exclu

Un petit écart-type ne prouve pas l'absence de biais systématique: dispersion et biais sont deux propriétés différentes.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « écart-type » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Quantification

écart-type: relation qualitative ici; aucune unité intrinsèque.

Vérification

écart-type: confronter conclusion, contrôle et piège de la carte.

incertitude

Définition sans prérequis. L'**incertitude** représente ce qui n'est pas connu exactement sur une mesure, un paramètre ou une prédiction. Elle doit être propagée lorsque plusieurs calculs dépendent les uns des autres.

Scène concrète. Une incertitude sur masse, **impulsion spécifique** et durée peut produire une plage de consommation plutôt qu'un nombre unique.

Contrôle mental. Plus l'information disponible est pauvre ou bruitée, plus l'intervalle d'**incertitude** devrait s'élargir; une précision croissante sans nouvelle information doit être suspectée.

Piège à éviter. Ajouter des marges sans distinguer incertitude, variabilité et conservatisme peut conduire soit à sous-protéger, soit à surdimensionner inutilement.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « **incertitude** » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Exercice guidé — incertitude

Situation à reconnaître. Une incertitude sur masse, impulsion spécifique et durée peut produire une plage de consommation plutôt qu'un nombre unique.

Vérification demandée. Plus l'information disponible est pauvre ou bruitée, plus l'intervalle d'incertitude devrait s'élargir; une précision croissante sans nouvelle information doit être suspectée.

Erreur à écarter. Ajouter des marges sans distinguer incertitude, variabilité et conservatisme peut conduire soit à sous-protéger, soit à surdimensionner inutilement.

Corrigé raisonné

Sens précis

L'incertitude représente ce qui n'est pas connu exactement sur une mesure, un paramètre ou une prédiction. Elle doit être propagée lorsque plusieurs calculs dépendent les uns des autres.

Test du cas

Plus l'information disponible est pauvre ou bruitée, plus l'intervalle d'incertitude devrait s'élargir; une précision croissante sans nouvelle information doit être suspectée.

Piège exclu

Ajouter des marges sans distinguer incertitude, variabilité et conservatisme peut conduire soit à sous-protéger, soit à surdimensionner inutilement.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « incertitude » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable.

Termes du corrigé. **vérification**

Étude intégrée — Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes

Situation à analyser. Une mesure de pression paraît normale, mais l'équipe sait que tout capteur possède une incertitude et que plusieurs incertitudes se combinent dans la décision.

- **probabilité:** Dire qu'un événement a une probabilité de 1 % par mission ne signifie pas qu'il se produira exactement une fois toutes les cent missions; cela décrit une fréquence ou croyance modélisée selon les hypothèses. Contrôle attendu: Une probabilité doit rester entre 0 et 1, soit entre 0 % et 100 %; toute valeur hors de cet intervalle signale une erreur de définition ou de calcul.
- **moyenne:** Une température moyenne correcte peut masquer des pointes au-delà de la limite d'un composant. Contrôle attendu: Ajoutez une valeur extrême et observez son effet: si la moyenne change fortement, elle ne décrit peut-être pas correctement le cas typique.
- **écart-type:** Un capteur peut avoir une erreur moyenne proche de zéro mais un écart-type suffisamment grand pour rendre une mesure isolée peu fiable. Contrôle attendu: Un ensemble de valeurs très dispersées doit avoir un écart-type plus grand qu'un ensemble serré autour de la même moyenne; l'inverse est impossible à définition constante.

- **incertitude:** Une incertitude sur masse, impulsion spécifique et durée peut produire une plage de consommation plutôt qu'un nombre unique. Contrôle attendu: Plus l'information disponible est pauvre ou bruitée, plus l'intervalle d'incertitude devrait s'élargir; une précision croissante sans nouvelle information doit être suspectée.

Le diagnostic ne doit pas confondre « probabilité » et « moyenne ». Le premier se reconnaît ici par le cas suivant: Dire qu'un événement a une probabilité de 1 % par mission ne signifie pas qu'il se produira exactement une fois toutes les cent missions; cela décrit une fréquence ou croyance modélisée selon les hypothèses. Le second doit être contrôlé autrement: Ajoutez une valeur extrême et observez son effet: si la moyenne change fortement, elle ne décrit peut-être pas correctement le cas typique.

Une seconde vérification croise « écart-type » et « incertitude ». Gardez comme alerte « Un petit écart-type ne prouve pas l'absence de biais systématique: dispersion et biais sont deux propriétés différentes. »; pour « incertitude », utilisez plutôt ce test: Plus l'information disponible est pauvre ou bruitée, plus l'intervalle d'incertitude devrait s'élargir; une précision croissante sans nouvelle information doit être suspectée.

Exercice de synthèse

Dans la situation de « Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes », classez les indices selon « probabilité » (Une probabilité doit rester entre 0 et 1, soit entre 0 % et 100 %; toute valeur hors de cet intervalle signale une erreur de définition ou de calcul.), « moyenne » (Ajoutez une valeur extrême et observez son effet: si la moyenne change fortement, elle ne décrit peut-être pas correctement le cas typique.), « écart-type » (Un ensemble de valeurs très dispersées doit avoir un écart-type plus grand qu'un ensemble serré autour de la même moyenne; l'inverse est impossible à définition constante.), « incertitude » (Plus l'information disponible est pauvre ou bruitée, plus l'intervalle d'incertitude devrait s'élargir; une précision croissante sans nouvelle information doit être suspectée.) Décision suspendue si un contrôle échoue.

Corrigé de synthèse

Pour probabilité, Dans ce module, une erreur sur « probabilité » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable. Le garde-fou principal est: Une probabilité précise n'est pas forcément une connaissance précise: elle peut dépendre de données rares, d'un modèle discutable ou de dépendances mal connues. Pour moyenne, Dans ce module, une erreur sur « moyenne » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable. Le garde-fou principal est: Ne remplacez jamais une distribution de risques par une moyenne unique lorsque les extrêmes déterminent la sécurité. Pour écart-type, Dans ce module, une erreur sur « écart-type » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable. Le garde-fou principal est: Un petit écart-type ne prouve pas l'absence de biais systématique: dispersion et biais sont deux propriétés différentes. Pour incertitude, Dans ce module, une erreur sur « incertitude » peut donner une fausse confiance dans une valeur moyenne et sous-dimensionner la marge nécessaire au cas défavorable. Le garde-fou principal est: Ajouter des marges sans distinguer incertitude, variabilité et conservatisme peut conduire soit à sous-protéger, soit à surdimensionner inutilement.

Mini-leçons quantitatives canoniques

Ce bloc constitue la référence quantitative du module; les valeurs d'exercice sont pédagogiques et ne doivent pas être confondues avec des données de mission.

Moyenne arithmétique

$\text{mean} = \text{sum_x} / n$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $\text{mean} = \text{sum_x} / n$ » dans « Moyenne arithmétique » ?

2 — Intuition sans symboles

La moyenne répartit le total observé également entre le nombre de mesures.

3 — Grandeurs

mean: moyenne; sum_x: somme des observations; n: nombre d'observations

4 — Formule

$\text{mean} = \text{sum_x} / n$

5 — Lecture

Lire « $\text{mean} = \text{sum_x} / n$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

mean: moyenne; sum_x: somme des observations; n: nombre d'observations

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

mean et observations dans la même unité; n sans dimension

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.

11 — Hypothèses

Les deux quantités doivent appartenir au même périmètre et à la même période.

12 — Contrôle d'unités

mean et observations dans la même unité; n sans dimension Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Pour 18, 20, 21, 19 et 22, $\text{sum_x}=100$, $n=5$ et $\text{mean}=20$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.

15 — Contrôle indépendant

Multiplier le résultat par le dénominateur doit restituer le numérateur.

16 — Estimation mentale

Avant calcul, comparer mentalement le numérateur au dénominateur pour savoir si le résultat doit être inférieur, proche ou supérieur à un.

17 — Interprétation

La moyenne peut masquer dispersion, asymétrie ou événements rares.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Le résultat augmente si le numérateur augmente et diminue si le dénominateur augmente, toutes choses égales par ailleurs.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $\text{sum_x}=240$, $n=8$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$\text{sum_x}=240$, $n=8$. $\text{mean}=30$.

Exercice autonome. $\text{sum_x}=91$, $n=7$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$\text{sum_x}=91$, $n=7$. $\text{mean}=13$.

21 — Décision mission

Toujours l'accompagner d'un indicateur de dispersion et du contexte de l'échantillon.

Variance de population

$\text{var} = \text{sum_sq} / n$

- 1 — Question concrète
Que permet de calculer « $\text{var} = \text{sum_sq} / n$ » dans « Variance de population » ?
- 2 — Intuition sans symboles
La variance mesure la dispersion en moyennant les écarts au carré autour de la moyenne.
- 3 — Grandeurs
var: variance; sum_sq: somme des carrés des écarts à la moyenne; n: nombre d'observations
- 4 — Formule
 $\text{var} = \text{sum_sq} / n$
- 5 — Lecture
Lire « $\text{var} = \text{sum_sq} / n$ » en nommant chaque opération et chaque indice.
- 6 — Symboles et sens
var: variance; sum_sq: somme des carrés des écarts à la moyenne; n: nombre d'observations
- 7 — Prononciation
Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.
- 8 — Unités
var dans le carré de l'unité des observations; n sans dimension
- 9 — Convention
Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.
- 10 — Pourquoi cette opération
La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.
- 11 — Hypothèses
Les deux quantités doivent appartenir au même périmètre et à la même période.
- 12 — Contrôle d'unités
var dans le carré de l'unité des observations; n sans dimension Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.
- 13 — Cas numérique
Si $\text{sum_sq}=20$ et $n=5$, $\text{var}=4$.
- 14 — Pourquoi le calcul fonctionne
La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.
- 15 — Contrôle indépendant
Multiplier le résultat par le dénominateur doit restituer le numérateur.
- 16 — Estimation mentale
Avant calcul, comparer mentalement le numérateur au dénominateur pour savoir si le résultat doit être inférieur, proche ou supérieur à un.
- 17 — Interprétation
Pour un échantillon estimant une population, le dénominateur peut devenir $n-1$ selon l'estimateur choisi.
- 18 — Ce que le résultat ne prouve pas
Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.
- 19 — Sensibilité
Le résultat augmente si le numérateur augmente et diminue si le dénominateur augmente, toutes choses égales par ailleurs.
- 20 — Exercices guidé et autonome
Exercice guidé. $\text{sum_sq}=45$, $n=9$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$\text{sum_sq}=45$, $n=9$. $\text{var}=5$.

Exercice autonome. $\text{sum_sq}=12$, $n=6$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$\text{sum_sq}=12$, $n=6$. $\text{var}=2$.

- 21 — Décision mission

Écart-type

$\text{std} = \sqrt{\text{var}}$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $\text{std} = \sqrt{\text{var}}$ » dans « Écart-type » ?

2 — Intuition sans symboles

La racine carrée ramène la dispersion de la variance dans l'unité physique des données.

3 — Grandeurs

std: écart-type; var: variance

4 — Formule

$\text{std} = \sqrt{\text{var}}$

5 — Lecture

Lire « $\text{std} = \sqrt{\text{var}}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

std: écart-type; var: variance

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

std dans l'unité des observations; var dans son carré

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

11 — Hypothèses

Les contributions doivent être indépendantes ou suffisamment décorrélées pour justifier cette combinaison.

12 — Contrôle d'unités

std dans l'unité des observations; var dans son carré Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $\text{var}=4$, $\text{std}=\sqrt{4}=2$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

15 — Contrôle indépendant

Le carré du résultat doit être égal à la somme des carrés des contributions.

16 — Estimation mentale

Le résultat doit être au moins aussi grand que la contribution dominante et inférieur à leur somme arithmétique.

17 — Interprétation

L'écart-type ne décrit pas à lui seul la forme de la distribution ou les queues rares.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

La contribution la plus grande influence davantage le résultat à cause du carré.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $\text{var}=9$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

var=9. std=3.

Exercice autonome. var=2,25.

Correction autonome — ouvrir après essai

var=2,25. std=1,5.

21 — Décision mission

Examiner histogramme, quantiles et hypothèse de distribution pour les décisions de risque.

Erreur-type de la moyenne

$\text{stderr} = \text{std} / \sqrt{n}$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $\text{stderr} = \text{std} / \sqrt{n}$ » dans « Erreur-type de la moyenne » ?

2 — Intuition sans symboles

Avec des observations indépendantes, l'incertitude sur la moyenne diminue avec la racine du nombre de mesures.

3 — Grandeurs

stderr: erreur-type; std: écart-type des observations; n: nombre d'observations

4 — Formule

$\text{stderr} = \text{std} / \sqrt{n}$

5 — Lecture

Lire « $\text{stderr} = \text{std} / \sqrt{n}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

stderr: erreur-type; std: écart-type des observations; n: nombre d'observations

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

stderr et std dans la même unité; n sans dimension

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

11 — Hypothèses

Les contributions doivent être indépendantes ou suffisamment décorrélées pour justifier cette combinaison.

12 — Contrôle d'unités

stderr et std dans la même unité; n sans dimension Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec std=6 et n=36, $\text{stderr}=6/6=1$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

15 — Contrôle indépendant

Le carré du résultat doit être égal à la somme des carrés des contributions.

16 — Estimation mentale

Le résultat doit être au moins aussi grand que la contribution dominante et inférieur à leur somme arithmétique.

17 — Interprétation

La formule suppose des observations indépendantes et un échantillonnage pertinent; plus de données biaisées ne supprime pas le biais.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

La contribution la plus grande influence davantage le résultat à cause du carré.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $\text{std}=10$, $n=25$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$\text{std}=10$, $n=25$. $\text{stderr}=2$.

Exercice autonome. $\text{std}=4$, $n=16$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$\text{std}=4$, $n=16$. $\text{stderr}=1$.

21 — Décision mission

Augmenter n seulement si les nouvelles observations apportent réellement de l'information indépendante.

Propagation RSS de trois incertitudes

$$u_{\text{rss}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $u_{\text{rss}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$ » dans « Propagation RSS de trois incertitudes » ?

2 — Intuition sans symboles

La combinaison quadratique reflète des contributions indépendantes qui peuvent agir dans des directions différentes.

3 — Grandeurs

u_{rss} : incertitude combinée; u_1 : première contribution; u_2 : deuxième; u_3 : troisième

4 — Formule

$$u_{\text{rss}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

5 — Lecture

Lire « $u_{\text{rss}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

u_{rss} : incertitude combinée; u_1 : première contribution; u_2 : deuxième; u_3 : troisième

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

toutes les incertitudes dans la même unité

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

11 — Hypothèses

Les contributions doivent être indépendantes ou suffisamment décorrélées pour justifier cette combinaison.

12 — Contrôle d'unités

toutes les incertitudes dans la même unité Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $u_1=0,20$ mm, $u_2=0,15$ mm, $u_3=0,10$ mm, $u_{\text{rss}}\approx 0,2693$ mm.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

15 — Contrôle indépendant

Le carré du résultat doit être égal à la somme des carrés des contributions.

16 — Estimation mentale

Le résultat doit être au moins aussi grand que la contribution dominante et inférieur à leur somme arithmétique.

17 — Interprétation

La corrélation exige des termes de covariance; la forme RSS simple peut alors sous-estimer ou surestimer l'incertitude.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

La contribution la plus grande influence davantage le résultat à cause du carré.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $u_1=3$, $u_2=4$, $u_3=0$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$u_1=3$, $u_2=4$, $u_3=0$. $u_{\text{rss}}=5$.

Exercice autonome. $u_1=1$, $u_2=2$, $u_3=2$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$u_1=1$, $u_2=2$, $u_3=2$. $u_{\text{rss}}=3$.

21 — Décision mission

Documenter corrélations et sources communes avant de fermer un budget d'incertitude.

Probabilité empirique par Monte-Carlo

$p_{\text{event}} = N_{\text{event}} / N_{\text{total}}$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $p_{\text{event}} = N_{\text{event}} / N_{\text{total}}$ » dans « Probabilité empirique par Monte-Carlo » ?

2 — Intuition sans symboles

La fréquence observée sur de nombreuses simulations fournit une estimation de la probabilité de l'événement sous le modèle tiré.

3 — Grandeurs

p_{event} : probabilité estimée; N_{event} : simulations avec événement; N_{total} : nombre total de simulations

4 — Formule

$p_{\text{event}} = N_{\text{event}} / N_{\text{total}}$

5 — Lecture

Lire « $p_{\text{event}} = N_{\text{event}} / N_{\text{total}}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

p_{event} : probabilité estimée; N_{event} : simulations avec événement; N_{total} : nombre total de simulations

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

comptes sans dimension; p_{event} sans dimension

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.

11 — Hypothèses

Les deux quantités doivent appartenir au même périmètre et à la même période.

12 — Contrôle d'unités

comptes sans dimension; p_{event} sans dimension Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $N_{\text{event}}=37$ et $N_{\text{total}}=1\,000$, $p_{\text{event}}=0,037=3,7\%$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La division compare une quantité à une référence homogène et produit un indicateur de proportion.

15 — Contrôle indépendant

Multiplier le résultat par le dénominateur doit restituer le numérateur.

16 — Estimation mentale

Avant calcul, comparer mentalement le numérateur au dénominateur pour savoir si le résultat doit être inférieur, proche ou supérieur à un.

17 — Interprétation

Une fréquence Monte-Carlo n'est fiable que si les distributions d'entrée et le nombre de tirages couvrent correctement le phénomène étudié.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Le résultat augmente si le numérateur augmente et diminue si le dénominateur augmente, toutes choses égales par ailleurs.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $N_{\text{event}}=25$, $N_{\text{total}}=500$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$N_{\text{event}}=25$, $N_{\text{total}}=500$. $p_{\text{event}}=0,05=5\%$.

Exercice autonome. $N_{\text{event}}=3$, $N_{\text{total}}=10\,000$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$N_{\text{event}}=3$, $N_{\text{total}}=10\,000$. $p_{\text{event}}=0,0003=0,03\%$.

21 — Décision mission

Augmenter les tirages ou employer des méthodes dédiées pour les événements extrêmement rares.

Mise à jour de Bayes

$$p_{A \text{ given } B} = p_{B \text{ given } A} \times p_A / p_B$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $p_{A \text{ given } B} = p_{B \text{ given } A} \times p_A / p_B$ » dans « Mise à jour de Bayes » ?

2 — Intuition sans symboles

Bayes répondra une hypothèse en combinant sa probabilité préalable avec la vraisemblance de la nouvelle observation.

3 — Grandeurs

$p_{A \text{ given } B}$: probabilité de A sachant B; $p_{B \text{ given } A}$: probabilité de B si A est vrai; p_A : probabilité a priori de A; p_B : probabilité totale de B

4 — Formule

$$p_{A \text{ given } B} = p_{B \text{ given } A} \times p_A / p_B$$

5 — Lecture

Lire « $p_{A \text{ given } B} = p_{B \text{ given } A} \times p_A / p_B$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

$p_{A \text{ given } B}$: probabilité de A sachant B; $p_{B \text{ given } A}$: probabilité de B si A est vrai; p_A : probabilité a priori de A; p_B : probabilité totale de B

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, lettres grecques et parenthèses afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

toutes les probabilités sans dimension entre zéro et un

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La relation met en équation le mécanisme quantitatif décrit par la mini-leçon et permet de vérifier le raisonnement par substitution numérique.

11 — Hypothèses

Les entrées doivent provenir du même scénario, avec unités, signes et conventions explicitement alignés.

12 — Contrôle d'unités

toutes les probabilités sans dimension entre zéro et un Vérifier que la simplification dimensionnelle conduit bien à l'unité de la grandeur recherchée.

13 — Cas numérique

Avec $p_{B \text{ given } A}=0,9$, $p_A=0,1$ et $p_B=0,18$, $p_{A \text{ given } B}=0,9 \times 0,1 / 0,18 = 0,5$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La relation met en équation le mécanisme quantitatif décrit par la mini-leçon et permet de vérifier le raisonnement par substitution numérique.

15 — Contrôle indépendant

Recalculer par la relation inverse ou par une seconde méthode doit retrouver le même ordre de grandeur.

16 — Estimation mentale

Un ordre de grandeur estimé avant la calculatrice permet de détecter les erreurs de facteur, de signe ou d'unité.

17 — Interprétation

Une mauvaise probabilité a priori ou une vraisemblance mal estimée produit une mise à jour trompeuse malgré une formule correcte.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont justes ni que le modèle reste valide hors du scénario déclaré; ces deux questions doivent être vérifiées séparément.

19 — Sensibilité

Faire varier une entrée à la fois permet d'identifier la variable qui pilote le plus la décision.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. $p_{B \text{ given } A}=0,8$, $p_A=0,2$, $p_B=0,32$.

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

$$p_{A \text{ given } B}=0,8, p_A=0,2, p_B=0,32. p_{A \text{ given } B}=0,16/0,32=0,5.$$

Exercice autonome. $p_{B \text{ given } A}=0,6$, $p_A=0,1$, $p_B=0,20$.

Correction autonome — ouvrir après essai

$$p_{B \text{ given } A}=0,6, p_A=0,1, p_B=0,20. p_{A \text{ given } B}=0,06/0,20=0,30.$$

21 — Décision mission

Documenter les hypothèses probabilistes avant d'utiliser le résultat dans un diagnostic ou une décision médicale/technique.

Progression de maîtrise

1. probabilité: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
2. moyenne: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
3. écart-type: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
4. incertitude: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
5. Synthèse de « Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes »: confrontez « probabilité » à « moyenne »; choisissez le contrôle prioritaire.

Vérification de maîtrise

Validation 23 — probabilité, moyenne, écart-type, incertitude. Pour chaque notion: un indice et un contrôle.

Objectifs de maîtrise

- Lire « probabilité » comme un problème concret de « Probabilités, statistiques et propagation des incertitudes » et non comme une définition à réciter.
- Contrôler un résultat chiffré lié à « probabilité » par une seconde méthode simple.
- Dire quelle donnée supplémentaire manque avant de trancher sur « moyenne ».
- Choisir une réponse opérationnelle cohérente avec « écart-type » et ses marges.

1. Pourquoi une mission spatiale raisonne en distributions

Une valeur unique masque souvent le risque. Masse, poussée, **densité** atmosphérique, erreur de navigation ou durée de vie possèdent une dispersion. On distingue une valeur moyenne, un écart-type et parfois une distribution complète. Une architecture robuste ne demande pas seulement « quelle est la valeur attendue? », mais « quelle plage de résultats reste compatible avec la mission? ».

Si une masse est estimée à 100 kg avec une incertitude-type de 3 kg, écrire 100,000 kg serait une fausse précision. L'incertitude décrit la **qualité** de la connaissance, pas la résolution de l'écran.

2. Moyenne, variance et écart-type

Pour des mesures x_i , la moyenne arithmétique est $\bar{x} = (\sum x_i)/n$. La variance mesure la dispersion autour de cette moyenne; l'écart-type σ est la **racine carrée** de la variance et s'exprime dans la même unité que la grandeur.

Exemple: cinq mesures de **débit** valent 9,8; 10,1; 10,0; 10,2; 9,9 g/s. La moyenne vaut 10,0 g/s. L'écart autour de cette moyenne est faible; annoncer « environ 10 g/s » décrit mieux la réalité que sélectionner la mesure 10,2 comme représentative.

3. Propager une incertitude

Lorsqu'une sortie y dépend de plusieurs entrées, l'incertitude finale dépend de la sensibilité de y à chacune d'elles. Pour $y = a \times b$, une première approximation consiste à combiner les incertitudes relatives lorsque les variables sont indépendantes. Les corrélations changent le résultat: deux erreurs liées ne peuvent pas être additionnées comme si elles étaient indépendantes.

Cette distinction est cruciale pour Mars. Deux capteurs provenant de la même calibration peuvent partager le même biais. Les compter comme deux confirmations indépendantes donnerait une confiance artificielle.

4. Monte-Carlo: simuler des milliers de missions possibles

Une simulation [Monte-Carlo](#) tire de nombreuses valeurs d'entrée selon leurs distributions, calcule la sortie à chaque tirage puis observe la distribution des résultats. Elle n'efface pas l'incertitude; elle la rend visible.

Si un atterrisseur possède cinq paramètres incertains, un calcul nominal n'explore qu'un point. Dix mille tirages permettent d'estimer la fréquence des cas qui dépassent une limite thermique, une réserve de [propergol](#) ou une dispersion de site.

5. Probabilité conditionnelle et diagnostic

Un signal n'a pas la même signification avant et après une observation. La probabilité conditionnelle formalise cette mise à jour. En diagnostic de panne, une alarme peut être fréquente mais peu spécifique; un deuxième indicateur indépendant peut fortement changer la probabilité qu'un défaut soit réel.

Le raisonnement bayésien ne remplace pas les essais. Il aide à hiérarchiser des hypothèses lorsque l'information est incomplète, situation normale pendant une anomalie lointaine de plusieurs minutes-lumière de la Terre.

6. Distribution, queue de risque et événement rare

Une moyenne ne décrit pas seule un risque de mission. Deux distributions peuvent avoir la même moyenne et des probabilités très différentes d'atteindre une zone dangereuse. Pour une variable gaussienne, l'écart-type décrit la dispersion autour de la moyenne; pour une panne ou une tempête, une distribution asymétrique ou à queue lourde peut être plus pertinente. L'ingénieur doit donc demander quelle partie de la distribution pilote la décision: comportement nominal, percentile 95 %, pire cas crédible ou probabilité d'un seuil dépassé.

7. Mettre à jour une probabilité quand une nouvelle information arrive

La décision martienne est séquentielle. Avant un essai, une équipe possède une estimation de [fiabilité](#); après chaque résultat, elle doit la mettre à jour. Le raisonnement bayésien formalise cette idée: une croyance initiale, appelée a priori, est combinée avec la vraisemblance des nouvelles données pour produire une distribution a posteriori. Il évite deux erreurs symétriques: considérer qu'un essai réussi prouve la perfection ou, au contraire, ignorer des dizaines d'essais parce que le modèle initial semblait convaincant.

8. Monte-Carlo utile: simuler une décision, pas fabriquer un nuage de nombres

Une simulation Monte-Carlo tire de nombreuses combinaisons de paramètres à partir de distributions définies. Son intérêt apparaît lorsque plusieurs incertitudes non linéaires interagissent: masse, rendement, durée, température, [disponibilité](#) ou consommation. Mais le résultat n'est crédible que si les distributions d'entrée sont justifiées et si les corrélations importantes sont conservées. Une simulation de 100 000 cas avec de mauvaises hypothèses produit seulement une erreur très précise. Le bon livrable montre donc les hypothèses, la sensibilité et la fraction de cas qui violent un critère de mission.

Cas de décision: une moyenne peut cacher une queue dangereuse

Supposons qu'un atterrisseur possède une marge de carburant moyenne confortable, mais qu'une petite fraction des simulations termine près de la réserve minimale. La moyenne seule paraît rassurante. L'ingénieur examine donc percentiles et cas de queue: si 1 % des trajectoires consomment presque toute la réserve, la décision dépend de la gravité de ce 1 %, de la crédibilité des distributions d'entrée et de la possibilité d'ajouter une règle de déroutement. Une distribution ne sert pas à décorer un rapport; elle doit conduire à une décision de conception ou d'exploitation.

9. Exemple calculé pas à pas

Une chaîne critique comporte 8 éléments indépendants en série, chacun ayant une probabilité de réussite de 0,995 pendant la **phase** considérée. La probabilité que les huit réussissent vaut $0,995^8 \approx 0,9607$, soit environ 96,1 %. La probabilité d'au moins une **défaillance** est donc $1 - 0,9607 = 0,0393$, soit 3,93 %. Si l'objectif système exige au moins 99 % de réussite, améliorer légèrement chaque composant ne suffit peut-être pas: il faut identifier les fonctions pouvant être redondées ou tolérer une panne. Ce calcul montre pourquoi une longue chaîne série dégrade rapidement la fiabilité globale.

10. Exercice progressif

Un **sous-système** comporte 5 fonctions série à 0,998 de fiabilité chacune et une fonction redondée constituée de deux voies indépendantes à 0,97. Calculez la fiabilité de la fonction redondée, puis celle de la chaîne entière. Refaire le calcul si les deux voies redondantes partagent une **cause commune** donnant 2 % de probabilité des rendre simultanément indisponibles.

11. Solution raisonnée

La fonction redondée de deux voies indépendantes à 0,97 réussit avec $1 - (1 - 0,97)^2 = 0,9991$. Les cinq fonctions série donnent $0,998^5 \approx 0,9900$. La chaîne complète vaut donc environ 0,9891 avant prise en compte d'une cause commune. Une cause commune de 2 % interdit de créditer la **redondance** comme parfaitement indépendante et fait baisser davantage la fiabilité réelle.

12. Mini-projet de validation

Construire un modèle probabiliste d'une journée d'opérations martiennes avec au moins cinq événements incertains, deux corrélations et un critère d'échec explicite. Comparer scénario nominal, percentile 95 % et Monte-Carlo; expliquer quelle incertitude mérite en priorité une campagne d'essais.

Sources primaires et passerelles

- NASA Systems Engineering Handbook
- NASA Risk Management Handbook

Repères lexicaux du module. état dégradé

- NASA Systems Engineering Handbook
- NASA NTRS — Risk Management Handbook, v2

Matrice de parité FR ↔ EN

FR	EN
Moyenne arithmétique	Arithmetic mean
Variance de population	Population variance
Écart-type	Standard deviation
Erreur-type de la moyenne	Standard error of the mean
Propagation RSS de trois incertitudes	RSS propagation of three uncertainties
Probabilité empirique par Monte-Carlo	Empirical Monte Carlo probability
Mise à jour de Bayes	Bayesian update