

GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande

Passer du principe « savoir où l'on est » à une architecture capable d'estimer un état, mesurer son [incertitude](#), commander des actionneurs et rester sûre lorsque les capteurs ne sont pas d'accord.

Comprendre le problème avant les équations

Question de départ — GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande: comment « Comprendre avant de calculer » agit-il sur « état », et quel repère issu de « observation » permet de vérifier la décision?

Intuition. Le véhicule approche de Mars avec des mesures bruitées provenant d'une centrale inertielle, d'étoiles et de radiométrie. Le logiciel doit estimer l'état réel sans jamais le connaître parfaitement.

1

Comprendre avant de calculer

Le véhicule approche de Mars avec des mesures bruitées provenant d'une centrale inertielle, d'étoiles et de radiométrie.

2

état

Définition sans prérequis.

3

observation

Définition sans prérequis.

Repère concret. L'état d'un véhicule est l'ensemble minimal de grandeurs nécessaires pour prédire son évolution dans le modèle choisi, par exemple position et vitesse pour une dynamique orbitale simple.

- Comprendre avant de calculer — Le véhicule approche de Mars avec des mesures bruitées provenant d'une centrale inertielle, d'étoiles et de radiométrie.
- état — Définition sans prérequis.
- observation — Définition sans prérequis.

Parcours conseillé pour « GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande »: modules 00 à 28 recommandés selon le sujet. Dans « GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande », l'objectif est de comprendre pourquoi une notion antérieure intervient dans la décision étudiée, pas d'en réciter la notation.

RAMPE ZÉRO PRÉREQUIS · MODULE 29

Comprendre avant de calculer

Le véhicule approche de Mars avec des mesures bruitées provenant d'une centrale inertielle, d'étoiles et de radiométrie. Le logiciel doit estimer l'état réel sans jamais le connaître parfaitement.

Progression du module — état; observation; filtre de Kalman; covariance.

état

Définition sans prérequis. L'état d'un véhicule est l'ensemble minimal de grandeurs nécessaires pour prédire son évolution dans le modèle choisi, par exemple position et vitesse pour une dynamique orbitale simple.

Scène concrète. Un filtre peut estimer six composantes position-vitesse auxquelles s'ajoutent biais de capteurs ou paramètres selon le problème.

Contrôle mental. L'état doit contenir les variables minimales permettant de prédire l'évolution utile du système; si deux situations physiquement différentes partagent exactement le même état, il manque une variable.

Piège à éviter. Une liste de mesures n'est pas l'état: les mesures sont des informations partielles utilisées pour estimer cet état.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « état » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Exercice guidé — état

Situation à reconnaître. Un filtre peut estimer six composantes position-vitesse auxquelles s'ajoutent biais de capteurs ou paramètres selon le problème.

Vérification demandée. L'état doit contenir les variables minimales permettant de prédire l'évolution utile du système; si deux situations physiquement différentes partagent exactement le même état, il manque une variable.

Erreur à écarter. Une liste de mesures n'est pas l'état: les mesures sont des informations partielles utilisées pour estimer cet état.

Corrigé raisonné

Sens précis

L'état d'un véhicule est l'ensemble minimal de grandeurs nécessaires pour prédire son évolution dans le modèle choisi, par exemple position et vitesse pour une dynamique orbitale simple.

Test du cas

L'état doit contenir les variables minimales permettant de prédire l'évolution utile du système; si deux situations physiquement différentes partagent exactement le même état, il manque une variable.

Piège exclu

Une liste de mesures n'est pas l'état: les mesures sont des informations partielles utilisées pour estimer cet état.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « état » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

observation

Définition sans prérequis. Une observation est une mesure liée à l'état par un modèle de mesure. Elle peut être directe ou indirecte et contient du bruit ainsi que d'éventuels biais.

Scène concrète. Une mesure Doppler renseigne surtout la vitesse relative le long de la ligne de visée plutôt que trois composantes de vitesse indépendantes.

Contrôle mental. Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.

Piège à éviter. Traiter toutes les observations comme également informatives peut donner une fausse confiance dans des directions mal observées.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « observation » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Exercice guidé — observation

Situation à reconnaître. Une mesure Doppler renseigne surtout la vitesse relative le long de la ligne de visée plutôt que trois composantes de vitesse indépendantes.

Vérification demandée. Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.

Erreur à écarter. Traiter toutes les observations comme également informatives peut donner une fausse confiance dans des directions mal observées.

Corrigé raisonné

Sens précis

Une observation est une mesure liée à l'état par un modèle de mesure. Elle peut être directe ou indirecte et contient du bruit ainsi que d'éventuels biais.

Test du cas

Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.

Piège exclu

Traiter toutes les observations comme également informatives peut donner une fausse confiance dans des directions mal observées.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « observation » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Termes du corrigé. [vérification](#)

Quantification

observation: relation qualitative ici; aucune unité intrinsèque.

Vérification

observation: confronter conclusion, contrôle et piège de la carte.

filtre de Kalman

Définition sans prérequis. Un [filtre de Kalman](#) combine une prédiction dynamique et des observations en pondérant leurs incertitudes. Dans ses formes linéaires ou étendues, il maintient une estimation d'état et une covariance associée.

Scène concrète. Après une propagation inertielle, une observation optique peut réduire l'incertitude sur certaines composantes de navigation.

Contrôle mental. Après une mesure très précise, l'incertitude estimée devrait généralement diminuer; après une longue propagation sans mesure, elle devrait augmenter. Vérifiez cette tendance sur la covariance.

Piège à éviter. Le filtre ne transforme pas un mauvais modèle en vérité: une covariance sous-estimée ou un biais non modélisé peut rendre l'estimation trop confiante.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « [filtre de kalman](#) » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Exercice guidé — filtre de Kalman

Situation à reconnaître. Après une propagation inertielle, une observation optique peut réduire l'incertitude sur certaines composantes de navigation.

Vérification demandée. Après une mesure très précise, l'incertitude estimée devrait généralement diminuer; après une longue propagation sans mesure, elle devrait augmenter. Vérifiez cette tendance sur la covariance.

Erreur à écarter. Le filtre ne transforme pas un mauvais modèle en vérité: une covariance sous-estimée ou un biais non modélisé peut rendre l'estimation trop confiante.

Corrigé raisonné

Sens précis

Un filtre de Kalman combine une prédiction dynamique et des observations en pondérant leurs incertitudes. Dans ses formes linéaires ou étendues, il maintient une estimation d'état et une covariance associée.

Test du cas

Après une mesure très précise, l'incertitude estimée devrait généralement diminuer; après une longue propagation sans mesure, elle devrait augmenter. Vérifiez cette tendance sur la covariance.

Piège exclu

Le filtre ne transforme pas un mauvais modèle en vérité: une covariance sous-estimée ou un biais non modélisé peut rendre l'estimation trop confiante.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « filtre de kalman » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

covariance

Définition sans prérequis. La [covariance](#) décrit conjointement les incertitudes et leurs corrélations entre composantes d'un état.

Scène concrète. Une [ellipse](#) de covariance en position montre que l'incertitude peut être grande dans une direction et petite dans une autre.

Contrôle mental. Les variances sur la diagonale ne peuvent pas être négatives; une [matrice de covariance](#) qui en contient est mathématiquement incohérente.

Piège à éviter. Lire seulement les écarts-types diagonaux fait perdre l'information de corrélation qui peut être essentielle pour la navigation.

Pourquoi cela compte en mission. Dans ce module, une erreur sur « covariance » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Exercice guidé — covariance

Situation à reconnaître. Une ellipse de covariance en position montre que l'incertitude peut être grande dans une direction et petite dans une autre.

Vérification demandée. Les variances sur la diagonale ne peuvent pas être négatives; une matrice de covariance qui en contient est mathématiquement incohérente.

Erreur à écarter. Lire seulement les écarts-types diagonaux fait perdre l'information de corrélation qui peut être essentielle pour la navigation.

Corrigé raisonné

Sens précis

La covariance décrit conjointement les incertitudes et leurs corrélations entre composantes d'un état.

Test du cas

Les variances sur la diagonale ne peuvent pas être négatives; une matrice de covariance qui en contient est mathématiquement incohérente.

Piège exclu

Lire seulement les écarts-types diagonaux fait perdre l'information de corrélation qui peut être essentielle pour la navigation.

Conséquence opérationnelle

Dans ce module, une erreur sur « covariance » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Quantification

covariance: relation qualitative ici; aucune unité intrinsèque.

Vérification

covariance: confronter conclusion, contrôle et piège de la carte.

Étude intégrée — GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande

Situation à analyser. Le véhicule approche de Mars avec des mesures bruitées provenant d'une centrale inertielle, d'étoiles et de radiométrie. Le logiciel doit estimer l'état réel sans jamais le connaître parfaitement.

- **état:** Un filtre peut estimer six composantes position-vitesse auxquelles s'ajoutent biais de capteurs ou paramètres selon le problème. Contrôle attendu: L'état doit contenir les variables minimales permettant de prédire l'évolution utile du système; si deux situations physiquement différentes partagent exactement le même état, il manque une variable.
- **observation:** Une mesure Doppler renseigne surtout la vitesse relative le long de la ligne de visée plutôt que trois composantes de vitesse indépendantes. Contrôle attendu: Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.
- **filtre de Kalman:** Après une propagation inertielle, une observation optique peut réduire l'incertitude sur certaines composantes de navigation. Contrôle attendu: Après une mesure très précise, l'incertitude estimée devrait généralement diminuer; après une longue propagation sans mesure, elle devrait augmenter. Vérifiez cette tendance sur la covariance.
- **covariance:** Une ellipse de covariance en position montre que l'incertitude peut être grande dans une direction et petite dans une autre. Contrôle attendu: Les variances sur la diagonale ne peuvent pas être négatives; une matrice de covariance qui en contient est mathématiquement incohérente.

Le diagnostic ne doit pas confondre « état » et « observation ». Le premier se reconnaît ici par le cas suivant: Un filtre peut estimer six composantes position-vitesse auxquelles s'ajoutent biais de capteurs ou paramètres selon le problème. Le second doit être contrôlé autrement: Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.

Une seconde vérification croise « filtre de Kalman » et « covariance ». Gardez comme alerte « Le filtre ne transforme pas un mauvais modèle en vérité: une covariance sous-estimée ou un biais non modélisé peut rendre l'estimation trop confiante. »; pour « covariance », utilisez plutôt ce test: Les variances sur la diagonale ne peuvent pas être négatives; une matrice de covariance qui en contient est mathématiquement incohérente.

Exercice de synthèse

Dans la situation de « GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande », classez les indices selon « état » (L'état doit contenir les variables minimales permettant de prédire l'évolution utile du système; si deux situations physiquement

différentes partagent exactement le même état, il manque une variable.), « observation » (Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.), « filtre de Kalman » (Après une mesure très précise, l'incertitude estimée devrait généralement diminuer; après une longue propagation sans mesure, elle devrait augmenter. Vérifiez cette tendance sur la covariance.), « covariance » (Les variances sur la diagonale ne peuvent pas être négatives; une matrice de covariance qui en contient est mathématiquement incohérente.) Décision suspendue si un contrôle échoue.

Corrigé de synthèse

Pour état, Dans ce module, une erreur sur « état » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance. Le garde-fou principal est: Une liste de mesures n'est pas l'état: les mesures sont des informations partielles utilisées pour estimer cet état. Pour observation, Dans ce module, une erreur sur « observation » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance. Le garde-fou principal est: Traiter toutes les observations comme également informatives peut donner une fausse confiance dans des directions mal observées. Pour filtre de Kalman, Dans ce module, une erreur sur « filtre de kalman » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance. Le garde-fou principal est: Le filtre ne transforme pas un mauvais modèle en vérité: une covariance sous-estimée ou un biais non modélisé peut rendre l'estimation trop confiante. Pour covariance, Dans ce module, une erreur sur « covariance » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance. Le garde-fou principal est: Lire seulement les écarts-types diagonaux fait perdre l'information de corrélation qui peut être essentielle pour la navigation.

Données du cas

Exercice de synthèse — Dans la situation de « GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande », classez les indices selon « état » (L'état doit contenir les variables minimales permettant de prédire l'évolution utile du système; si deux situations physiquement différentes partagent exactement le même état, il manque une variable.), « observation » (Une observation renseigne l'état avec du bruit et parfois un biais: une mesure nouvelle ne doit pas être traitée comme vérité parfaite sans son incertitude.), « filtre de Kalman » (Ap

Raisonnement

Corrigé de synthèse Pour état, Dans ce module, une erreur sur « état » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance. Le garde-fou principal est: Une liste de mesures n'est pas l'état: les mesures sont des informations partielles utilisées pour estimer cet état. Pour observation, Dans ce module, une erreur sur « observation » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance. Le garde-fou principal est: Traiter toutes les observations comme également informatives peut donner une fausse confiance dans des directions mal observées. Pour filtre de Kalman, Dans ce module, une erreur sur « filtre de kalman » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Résultat

Corrigé de synthèse Pour état, Dans ce module, une erreur sur « état » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Contrôle

Le garde-fou principal est: Lire seulement les écarts-types diagonaux fait perdre l'information de corrélation qui peut être essentielle pour la navigation.

Interprétation

Pour covariance, Dans ce module, une erreur sur « covariance » peut faire piloter le véhicule à partir d'un état trop incertain ou d'une mesure à laquelle le filtre accorde trop de confiance.

Mini-leçons quantitatives canoniques

Ce bloc constitue la référence quantitative du module; les valeurs d'exercice sont pédagogiques et doivent être remplacées par les données de mission avant toute décision réelle.

Innovation de mesure

$$nu = z - z_pred$$

- 1 — Question concrète
 - Que permet de calculer « $nu = z - z_pred$ » dans « Innovation de mesure » ?
- 2 — Intuition sans symboles
 - La navigation compare ce que les capteurs observent à ce que le modèle attend.
- 3 — Grandeurs

nu: innovation de mesure [unité de mesure]; z: mesure reçue [unité de mesure]; z_pred: mesure prédite [unité de mesure]

4 — Formule

$$nu = z - z_pred$$

5 — Lecture

Lire « $nu = z - z_pred$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

nu: innovation de mesure [unité de mesure]; z: mesure reçue [unité de mesure]; z_pred: mesure prédite [unité de mesure]

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, parenthèses et lettres grecques afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

nu [unité de mesure]; z [unité de mesure]; z_pred [unité de mesure]

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La soustraction isole une marge ou un écart entre deux états comparables.

11 — Hypothèses

Les termes doivent partager le même repère et la même unité.

12 — Contrôle indépendant

Réadditionner la marge au terme retranché doit reconstruire l'état initial.

13 — Cas numérique

Avec $z = 12.4$ unité de mesure, $z_pred = 10.9$ unité de mesure: $nu = 12.4 - 10.9 = 1.5$ unit.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La soustraction isole une marge ou un écart entre deux états comparables.

15 — Vérification

Réadditionner la marge au terme retranché doit reconstruire l'état initial.

16 — Estimation mentale

Comparer les deux termes permet de prévoir le signe avant calcul.

17 — Interprétation

Une innovation durablement grande impose de revoir le modèle, le capteur ou l'état estimé.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont exactes ni que le modèle reste valide hors du scénario annoncé; ces deux points exigent des preuves séparées.

19 — Sensibilité

Le résultat se déplace directement quand l'un des deux termes varie.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. Recalculez ce scénario: Avec $z = 5.2$ unité de mesure, $z_pred = 4.8$ unité de mesure: $nu = 5.2 - 4.8$?

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

Avec $z = 5.2$ unité de mesure, $z_pred = 4.8$ unité de mesure: $nu = 5.2 - 4.8 = 0.4$ unit. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

Exercice autonome. Recalculez ce scénario: Avec $z = -2.5$ unité de mesure, $z_pred = -1.7$ unité de mesure: $nu = -2.5 - -1.7$?

Correction autonome — ouvrir après essai

Avec $z = -2.5$ unité de mesure, $z_pred = -1.7$ unité de mesure: $nu = -2.5 - -1.7 = -0.8$ unit. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

21 — Décision mission

Une innovation durablement grande impose de revoir le modèle, le capteur ou l'état estimé.

Gain de Kalman scalaire

$$K = P_{\text{pred}} / (P_{\text{pred}} + R_{\text{meas}})$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $K = P_{\text{pred}} / (P_{\text{pred}} + R_{\text{meas}})$ » dans « Gain de Kalman scalaire » ?

2 — Intuition sans symboles

Le gain pondère la confiance relative accordée à la prédiction et à la mesure.

3 — Grandeurs

K: gain de correction [sans dimension]; P_{pred} : variance prédite [unité²]; R_{meas} : variance de mesure [unité²]

4 — Formule

$$K = P_{\text{pred}} / (P_{\text{pred}} + R_{\text{meas}})$$

5 — Lecture

Lire « $K = P_{\text{pred}} / (P_{\text{pred}} + R_{\text{meas}})$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

K: gain de correction [sans dimension]; P_{pred} : variance prédite [unité²]; R_{meas} : variance de mesure [unité²]

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, parenthèses et lettres grecques afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

K [sans dimension]; P_{pred} [unité²]; R_{meas} [unité²]

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La division rapporte une quantité à une capacité, une durée ou une référence cohérente.

11 — Hypothèses

Numérateur et dénominateur doivent décrire le même scénario et le dénominateur doit rester positif.

12 — Contrôle indépendant

Multiplier le résultat par le dénominateur doit reconstruire le numérateur.

13 — Cas numérique

Avec $P_{\text{pred}} = 4 \text{ unité}^2$, $R_{\text{meas}} = 1 \text{ unité}^2$: $K = 4 / (4 + 1) = 0.8$.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La division rapporte une quantité à une capacité, une durée ou une référence cohérente.

15 — Vérification

Multiplier le résultat par le dénominateur doit reconstruire le numérateur.

16 — Estimation mentale

Comparer les ordres de grandeur du numérateur et du dénominateur permet d'anticiper le résultat.

17 — Interprétation

Un gain proche de zéro privilégie le modèle; un gain élevé donne davantage de poids à la mesure.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont exactes ni que le modèle reste valide hors du scénario annoncé; ces deux points exigent des preuves séparées.

19 — Sensibilité

Le résultat augmente avec le numérateur et diminue quand le dénominateur augmente.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. Recalculez ce scénario: Avec $P_{\text{pred}} = 9 \text{ unité}^2$, $R_{\text{meas}} = 3 \text{ unité}^2$: $K = 9 / (9 + 3)$?

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

Avec $P_{\text{pred}} = 9 \text{ unité}^2$, $R_{\text{meas}} = 3 \text{ unité}^2$: $K = 9 / (9 + 3) = 0.75$. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

Exercice autonome. Recalculez ce scénario: Avec $P_{\text{pred}} = 2 \text{ unité}^2$, $R_{\text{meas}} = 6 \text{ unité}^2$: $K = 2 / (2 + 6)$?

Correction autonome — ouvrir après essai

Avec $P_{\text{pred}} = 2 \text{ unité}^2$, $R_{\text{meas}} = 6 \text{ unité}^2$: $K = 2 / (2 + 6) = 0.25$. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

21 — Décision mission

Mise à jour d'état

$$\hat{x} = x_{\text{pred}} + K \times \nu$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $\hat{x} = x_{\text{pred}} + K \times \nu$ » dans « Mise à jour d'état » ?

2 — Intuition sans symboles

La correction déplace l'état prédit d'une fraction contrôlée de l'écart observé.

3 — Grandeurs

$\hat{x}$: état corrigé [unité d'état]; x_{pred} : état prédit [unité d'état]; K : gain de correction [sans dimension]; ν : innovation [unité d'état]

4 — Formule

$$\hat{x} = x_{\text{pred}} + K \times \nu$$

5 — Lecture

Lire « $\hat{x} = x_{\text{pred}} + K \times \nu$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

$\hat{x}$: état corrigé [unité d'état]; x_{pred} : état prédit [unité d'état]; K : gain de correction [sans dimension]; ν : innovation [unité d'état]

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, parenthèses et lettres grecques afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

$\hat{x}$ [unité d'état]; x_{pred} [unité d'état]; K [sans dimension]; ν [unité d'état]

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La relation traduit le mécanisme du système en une quantité vérifiable par substitution numérique.

11 — Hypothèses

Toutes les entrées doivent être cohérentes en unité, repère, durée et scénario.

12 — Contrôle indépendant

Une seconde méthode ou la relation inverse doit retrouver le même ordre de grandeur.

13 — Cas numérique

Avec $x_{\text{pred}} = 100$ unité d'état, $K = 0.8$ sans dimension, $\nu = 1.5$ unité d'état: $\hat{x} = 100 + 0.8 \times 1.5 = 101.2$ unit.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La relation traduit le mécanisme du système en une quantité vérifiable par substitution numérique.

15 — Vérification

Une seconde méthode ou la relation inverse doit retrouver le même ordre de grandeur.

16 — Estimation mentale

Une estimation avant calcul permet de détecter les erreurs de signe, d'unité ou de facteur.

17 — Interprétation

Accepter la mise à jour seulement si le gain et l'innovation restent compatibles avec les limites du capteur et du modèle.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont exactes ni que le modèle reste valide hors du scénario annoncé; ces deux points exigent des preuves séparées.

19 — Sensibilité

Faire varier une entrée à la fois révèle la variable qui pilote le plus la décision.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. Recalculez ce scénario: Avec $x_{\text{pred}} = 20$ unité d'état, $K = 0.5$ sans dimension, $\nu = -2$ unité d'état: $\hat{x} = 20 + 0.5 \times -2$?

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

Avec $x_{\text{pred}} = 20$ unité d'état, $K = 0.5$ sans dimension, $\nu = -2$ unité d'état: $\hat{x} = 20 + 0.5 \times -2 = 19$ unit. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

Exercice autonome. Recalculez ce scénario: Avec $x_{\text{pred}} = -3$ unité d'état, $K = 0.25$ sans dimension, $nu = 4$ unité d'état: $x_{\text{hat}} = -3 + 0.25 \times 4$?

Correction autonome — ouvrir après essai

Avec $x_{\text{pred}} = -3$ unité d'état, $K = 0.25$ sans dimension, $nu = 4$ unité d'état: $x_{\text{hat}} = -3 + 0.25 \times 4 = -2$ unit. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

21 — Décision mission

Accepter la mise à jour seulement si le gain et l'innovation restent compatibles avec les limites du capteur et du modèle.

Incertitude de position combinée

$$\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ » dans « Incertitude de position combinée » ?

2 — Intuition sans symboles

Des incertitudes indépendantes sur deux axes se combinent par leurs carrés plutôt que par une simple somme.

3 — Grandeurs

σ_{pos} : incertitude plane combinée [m]; σ_x : incertitude sur x [m]; σ_y : incertitude sur y [m]

4 — Formule

$$\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

5 — Lecture

Lire « $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

σ_{pos} : incertitude plane combinée [m]; σ_x : incertitude sur x [m]; σ_y : incertitude sur y [m]

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, parenthèses et lettres grecques afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

σ_{pos} [m]; σ_x [m]; σ_y [m]

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

11 — Hypothèses

Les contributions doivent être suffisamment indépendantes pour justifier cette combinaison.

12 — Contrôle indépendant

Le carré du résultat doit évaluer la somme des carrés des contributions.

13 — Cas numérique

Avec $\sigma_x = 3$ m, $\sigma_y = 4$ m: $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ m.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La racine de la somme des carrés combine des contributions indépendantes sans supposer qu'elles s'ajoutent toutes dans le même sens.

15 — Vérification

Le carré du résultat doit évaluer la somme des carrés des contributions.

16 — Estimation mentale

Le résultat doit rester entre la contribution dominante et leur somme arithmétique.

17 — Interprétation

Augmenter les marges de navigation si l'incertitude combinée approche la largeur du corridor sûr.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont exactes ni que le modèle reste valide hors du scénario annoncé; ces deux points exigent des preuves séparées.

19 — Sensibilité

La plus grande contribution pèse davantage parce qu'elle est élevée au carré.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. Recalculez ce scénario: Avec $\sigma_x = 1.2$ m, $\sigma_y = 1.6$ m: $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{1.2^2 + 1.6^2}$?

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

Avec $\sigma_x = 1.2$ m, $\sigma_y = 1.6$ m: $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{1.2^2 + 1.6^2} = 2$ m. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

Exercice autonome. Recalculez ce scénario: Avec $\sigma_x = 0.5$ m, $\sigma_y = 0.5$ m: $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2}$?

Correction autonome — ouvrir après essai

Avec $\sigma_x = 0.5$ m, $\sigma_y = 0.5$ m: $\sigma_{\text{pos}} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7071$ m. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

21 — Décision mission

Augmenter les marges de navigation si l'incertitude combinée approche la largeur du corridor sûr.

Marge d'autorité de commande

$u_{\text{margin}} = u_{\text{max}} - u_{\text{req_abs}}$

1 — Question concrète

Que permet de calculer « $u_{\text{margin}} = u_{\text{max}} - u_{\text{req_abs}}$ » dans « Marge d'autorité de commande » ?

2 — Intuition sans symboles

La marge indique combien d'autorité reste avant saturation de l'actionneur.

3 — Grandeurs

u_{margin} : marge de commande [unité de commande]; u_{max} : commande disponible maximale [unité de commande]; $u_{\text{req_abs}}$: amplitude de commande demandée [unité de commande]

4 — Formule

$u_{\text{margin}} = u_{\text{max}} - u_{\text{req_abs}}$

5 — Lecture

Lire « $u_{\text{margin}} = u_{\text{max}} - u_{\text{req_abs}}$ » en nommant chaque opération et chaque indice.

6 — Symboles et sens

u_{margin} : marge de commande [unité de commande]; u_{max} : commande disponible maximale [unité de commande]; $u_{\text{req_abs}}$: amplitude de commande demandée [unité de commande]

7 — Prononciation

Dire explicitement les indices, puissances, parenthèses et lettres grecques afin de reconstruire la relation sans voir la page.

8 — Unités

u_{margin} [unité de commande]; u_{max} [unité de commande]; $u_{\text{req_abs}}$ [unité de commande]

9 — Convention

Conserver le même repère, la même base de temps, la même frontière de système et la même convention de signe pendant toute la substitution.

10 — Pourquoi cette opération

La soustraction isole une marge ou un écart entre deux états comparables.

11 — Hypothèses

Les termes doivent partager le même repère et la même unité.

12 — Contrôle indépendant

Réadditionner la marge au terme retranché doit reconstruire l'état initial.

13 — Cas numérique

Avec $u_{\text{max}} = 1$ unité de commande, $u_{\text{req_abs}} = 0.7$ unité de commande: $u_{\text{margin}} = 1 - 0.7 = 0.3$ unit.

14 — Pourquoi le calcul fonctionne

La soustraction isole une marge ou un écart entre deux états comparables.

15 — Vérification

Réadditionner la marge au terme retranché doit reconstruire l'état initial.

16 — Estimation mentale

Comparer les deux termes permet de prévoir le signe avant calcul.

17 — Interprétation

Un plan de guidage qui consomme presque toute l'autorité doit être replanifié avant d'entrer dans une phase critique.

18 — Ce que le résultat ne prouve pas

Le calcul ne prouve ni que les entrées sont exactes ni que le modèle reste valide hors du scénario annoncé; ces deux points exigent des preuves séparées.

19 — Sensibilité

Le résultat se déplace directement quand l'un des deux termes varie.

20 — Exercices guidé et autonome

Exercice guidé. Recalculez ce scénario: Avec $u_{\max} = 0.8$ unité de commande, $u_{\text{req_abs}} = 0.65$ unité de commande: $u_{\text{margin}} = 0.8 - 0.65$?

Correction guidée détaillée — ouvrir après essai

Avec $u_{\max} = 0.8$ unité de commande, $u_{\text{req_abs}} = 0.65$ unité de commande: $u_{\text{margin}} = 0.8 - 0.65 = 0.15$ unit. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

Exercice autonome. Recalculez ce scénario: Avec $u_{\max} = 10$ unité de commande, $u_{\text{req_abs}} = 9.5$ unité de commande: $u_{\text{margin}} = 10 - 9.5$?

Correction autonome — ouvrir après essai

Avec $u_{\max} = 10$ unité de commande, $u_{\text{req_abs}} = 9.5$ unité de commande: $u_{\text{margin}} = 10 - 9.5 = 0.5$ unit. La décision doit ensuite être confrontée aux marges et hypothèses du module.

21 — Décision mission

Un plan de guidage qui consomme presque toute l'autorité doit être replanifié avant d'entrer dans une phase critique.

Progression de maîtrise

1. état: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
2. observation: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
3. filtre de Kalman: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
4. covariance: appliquez le contrôle concret de sa fiche.
5. Synthèse de « GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande »: confrontez « état » à « observation »; choisissez le contrôle prioritaire.

Vérification de maîtrise

Validation 29 — état, observation, filtre de Kalman, covariance. Pour chaque notion: un indice et un contrôle.

Objectifs de maîtrise

- Lire « état » comme un problème concret de « GNC avancé: estimation, navigation autonome et commande » et non comme une définition à réciter.
- Contrôler un résultat chiffré lié à « état » par une seconde méthode simple.
- Dire quelle donnée supplémentaire manque avant de trancher sur « observation ».
- Choisir une réponse opérationnelle cohérente avec « filtre de Kalman » et ses marges.

1. État, mesure et modèle: trois choses différentes

Un véhicule spatial ne connaît jamais directement sa position, sa vitesse et son attitude parfaites. Il possède un état estimé. On regroupe souvent les inconnues dans un **vecteur d'état** x : position, vitesse, attitude, biais de capteurs et parfois paramètres environnementaux. Le symbole x ne désigne donc pas une seule mesure, mais un ensemble cohérent de variables que le logiciel doit suivre.

Une mesure z provient d'un capteur: étoile observée par un star tracker, **accélération** donnée par une centrale inertielle, distance radio, image de terrain, altitude lidar. Un modèle prédit comment l'état devrait évoluer. L'estimation consiste à confronter modèle et mesures, puis à conserver aussi une estimation de l'incertitude. Une valeur sans incertitude est dangereuse parce qu'elle pousse le contrôleur à agir comme si l'information était certaine.

2. Navigation: déterminer où l'on est et avec quelle confiance

Pour une mission martienne, la navigation alterne plusieurs régimes. En croisière, le [Deep Space Network](#) contribue à déterminer la trajectoire. À proximité de Mars, des images, capteurs inertiels et parfois altimétrie prennent plus d'importance. Pendant l'EDL, c'est-à-dire l'entrée, la descente et l'atterrissage, le temps disponible devient trop court pour attendre une correction terrestre.

La bonne question n'est pas seulement « quelle est ma position? » mais « quelle région de positions reste plausible? ». Une ellipse ou une covariance d'erreur traduit cette confiance. Si l'incertitude latérale devient plus grande que la zone d'atterrissage sûre, le problème n'est plus cosmétique: il faut modifier la trajectoire, changer de cible ou passer à un mode plus conservateur.

3. Filtre de Kalman: corriger une prédiction avec une mesure imparfaite

Le filtre de Kalman est une famille de méthodes d'estimation qui combine une prédiction issue du modèle et une mesure bruitée. Intuitivement, si le modèle est très incertain mais le capteur précis, la correction suit davantage le capteur. Si le capteur est momentanément mauvais, l'algorithme conserve davantage la prédiction. Le gain n'est donc pas un « coefficient magique »: il dépend des incertitudes attribuées aux deux sources d'information.

Dans un système réel, les équations peuvent être non linéaires et les filtres devenir étendus, unscented ou structurés autrement. Mais le réflexe reste le même: prédire, mesurer, comparer l'innovation, mettre à jour l'état et vérifier que les résidus restent compatibles avec le modèle de bruit.

4. Attitude, quaternions et repères

Orienter un véhicule exige de distinguer les repères: inertiel, véhicule, local horizontal, capteur, actionneur. Une confusion de [repère](#) peut produire une commande numériquement correcte dans le mauvais axe. Les quaternions offrent une représentation de l'attitude qui évite certaines singularités des angles d'Euler et se prête bien à la composition de rotations.

Le lecteur n'a pas besoin de mémoriser toute l'[algèbre](#) des quaternions pour comprendre le risque opérationnel: chaque rotation doit préciser de quel repère vers quel repère elle transforme un vecteur, et le logiciel doit normaliser et vérifier la cohérence des estimations d'attitude.

5. Guidance, navigation, control: trois responsabilités qui se parlent

La guidance calcule ce que le véhicule devrait faire pour atteindre un objectif. La navigation estime l'état réel. Le control, ou commande, transforme l'écart entre objectif et état en commandes d'actionneurs. Une mission réussie dépend de l'[interface](#) entre les trois: une guidance brillante alimentée par une navigation fautive commande la mauvaise manœuvre; un contrôleur parfait ne peut pas exécuter une trajectoire physiquement impossible.

Pour Mars, cette séparation doit rester visible dans les modes dégradés. Perdre un capteur ne signifie pas forcément perdre toute guidance. On peut réduire les performances, utiliser un capteur de secours, augmenter les marges ou interrompre une séquence critique.

6. Actionneurs, saturation et autorité de contrôle

Roues à réaction, propulseurs, gouvernes aérodynamiques ou moteurs de descente ont des limites. Une roue peut saturer en [moment cinétique](#); un propulseur a une poussée minimale et maximale; un moteur ne répond pas instantanément. Le contrôleur doit donc connaître l'autorité réellement disponible.

Une commande calculée à +120 % n'existe pas physiquement. Si le logiciel demande plus que l'actionneur ne peut fournir, l'erreur peut s'accumuler et conduire à une instabilité. Les essais doivent donc inclure saturation, délais, capteurs biaisés et modes où un actionneur est perdu.

7. Navigation autonome de surface et rendez-vous

Sur Mars, un rover ou un véhicule habité doit parfois se localiser sans aide immédiate de la Terre. Caméras, lidar, inertiel et cartes peuvent être fusionnés pour estimer le déplacement. Pour un rendez-vous entre véhicules, la navigation relative ajoute des mesures de distance, angle et vitesse relative.

L'autonomie n'est pas l'absence de règles. Elle doit au contraire expliciter les limites: vitesse maximale si la localisation se dégrade, distance de retour sûre, conditions qui imposent l'arrêt et seuils qui déclenchent une demande d'aide.

8. Exemple calculé: fusionner deux estimations simples

Supposons deux estimations indépendantes d'une même distance: 100,0 m avec une incertitude-type de 4,0 m et 106,0 m avec une incertitude-type de 2,0 m. Pour une fusion pondérée par l'inverse de la variance, les poids valent $1/4^2 = 1/16$ et $1/2^2 = 1/4$. La seconde mesure reçoit donc quatre fois plus de poids.

La moyenne pondérée vaut $(100 \times 1/16 + 106 \times 1/4) / (1/16 + 1/4) = 104,8$ m. Ce calcul n'est pas un filtre de Kalman complet, mais il montre le principe: la confiance attribuée aux informations modifie la correction. Si les incertitudes sont fausses, l'estimation finale l'est aussi.

Exercice progressif

Un rover estime sa position latérale à $12 \text{ m} \pm 6 \text{ m}$ par odométrie et à $20 \text{ m} \pm 3 \text{ m}$ par vision. Calculez la moyenne pondérée par l'inverse des variances. Puis expliquez ce qui se passerait si la caméra était partiellement couverte de **poussière** sans que le logiciel augmente son incertitude.

Correction raisonnée

Les variances valent 36 m^2 pour l'odométrie et 9 m^2 pour la vision. Les poids inverse-variance sont donc $1/36$ et $1/9$: la mesure visuelle pèse quatre fois plus. L'estimation fusionnée vaut $(12/36 + 20/9) / (1/36 + 1/9) = 18,4$ m, avec un écart-type combiné d'environ 2,68 m si les erreurs sont indépendantes et correctement modélisées. Si la poussière dégrade la caméra sans augmentation de son incertitude déclarée, le filtre lui accorde un poids excessif et peut tirer l'état estimé vers une mesure biaisée. La bonne réaction consiste à détecter la dégradation, gonfler la covariance ou exclure la mesure, puis vérifier la cohérence avec les autres capteurs.

Mini-projet

Définir l'architecture GNC d'un **véhicule pressurisé** parcourant 40 km depuis une base martienne: capteurs, état estimé, fréquence des mises à jour, actionneurs, seuils de dégradation, procédure de retour et données à enregistrer pour comprendre une anomalie.

Sources primaires et passerelles

- NASA — State of the Art: Guidance, Navigation and Control
- NASA JSC — Guidance, Navigation & Control Subsystems
- NASA Science — Basics of Space Flight: Navigation

Matrice de parité FR ↔ EN

Innovation de mesure	Measurement innovation
Gain de Kalman scalaire	Scalar Kalman gain
Mise à jour d'état	State update
Incertitude de position combinée	Combined position uncertainty
Marge d'autorité de commande	Control-authority margin

Termes de la progression. **navigation**

Repères lexicaux du module. **état dégradé**